

# Fonctions analytiques.

1. Evaluer les intégrales

$$\oint_C \cot z dz \quad C : |z| = 1$$

$$\oint_C \frac{3(z+1)}{z(z-1)^3} dz \quad C : |z - 1/2| = 2$$

$$\oint_C \frac{\exp(-\cosh z)}{z^2 + 1} dz \quad C : |z| = 2$$

2. Calculer les intégrales suivantes :

$$\int_0^\infty \frac{dx}{(x^2 + a^2)^2} ; \int_0^\infty \frac{dx}{(x^2 + a^2)(x^2 + b^2)}$$

$$\int_0^\infty \frac{\cos kx}{x^4 + a^4} dx ; \int_0^{\pi/2} \sin^4 \theta d\theta ; \int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{1 + \cos^2 \theta}$$

3. Quel contour peut-on utiliser pour calculer

$$\int_0^\infty \frac{dx}{x^3 + a^3}$$

[Help : Nous pouvons constater que  $(xe^{2i\pi/3})^3 = x$  ; un parcours sur arc ouvert à  $2\pi/3$  peut être une bonne idée]. Comment généraliser cette idée pour calculer

$$\int_0^\infty \frac{dx}{x^5 + a^5}$$

4. Démontrer que

$$\int_0^\infty \frac{\cosh ax}{\cosh \pi x} dx = \frac{1}{2 \cos(a/2)}$$

où  $|a| < \pi$