

Examen de Physique-Statistique

Université Joseph Fourier, Département de Physique, M1CN&PN

5 Avril 2012

A. Bruit de Johnson-Nyquist.

Le bruit de Johnson-Nyquist, mesuré pour la première fois en 1927 est l'agitation thermique des électrons dans un circuit électrique qui perturbe les mesures de tension. C'est ce phénomène que nous allons étudier.

Soit un circuit électrique ouvert de résistance R , dont nous mesurons la tension V sur une période de temps τ . Le circuit est maintenu à température T . L'énergie E stockée dans le circuit correspondant à une tension V est

$$E = \frac{\tau}{R} V^2$$

1. Probabilité. Quelle est la densité de probabilité $p(V)$ d'observer la tension V au bord du circuit ?

2. Normalisation. En écrivant cette probabilité comme $p(V) = (1/Z)f(V)$, calculer la constante de normalisation $Z = Z(T, R, \tau)$.

3. Moyenne et fluctuations. Donner l'expression théorique de $\langle V \rangle$ et $\langle V^2 \rangle$. Pourquoi nous pouvons dire que $\langle V \rangle = 0$?

4. Calcul des fluctuations. Démontrer que vous pouvez écrire

$$\langle V^2 \rangle = -\frac{R}{\tau} \frac{1}{Z} \frac{\partial Z}{\partial \beta}$$

où $\beta = 1/T$. Utiliser cette relation pour donner la valeur de $\langle V^2 \rangle$ en fonction de R, τ et T .

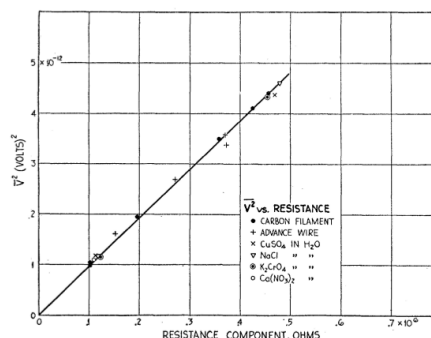


Fig. 4. Voltage-squared vs. resistance component for various kinds of conductors.

FIGURE 1: Données de Johnson, Phys. Rev. **32** :97 (1928). La mesure de Johnson est légèrement plus compliquée, puisqu'il construit un circuit RC dont la fréquence de résonance ω_0 donne en réalité le temps de mesure τ .

5. Commentaires. Que vaut l'amplitude de la fluctuation pour des temps de mesure de 10^{-6} s à température ambiante? Commentez les données expérimentales de Johnson (Fig.1)

B. Equilibre solide-gaz.

Nous souhaitons établir dans cet exercice la pression de vapeur saturante d'un solide.

1. Énergie libre. Rappeler l'expression de l'énergie libre d'un gaz parfait classique et d'un solide classique obéissant à la loi de Dulong et Petit.

2. Potentiels chimiques. En déduire l'expression du potentiel chimique dans les deux cas.

3. Équilibre. Nous plaçons un solide contenant N atomes dans un récipient de volume V (Fig.2). Des atomes du solide se détachent pour rejoindre le gaz. En écrivant l'égalité des potentiels chimiques, déduire le nombre de molécules dans la phase gazeuse.

4. Pression. En déduire la pression du gaz de ces atomes. Comment varie cette pression en fonction de la température? Est-elle une fonction croissante ou décroissante? Ce résultat vous paraît-il plausible?



FIGURE 2: Equilibre solide-Gaz

C. Chaleur spécifique et fluctuations.

Pour un système à l'équilibre avec un bain thermique, l'énergie fluctue constamment. Nous savons cependant calculer l'énergie moyenne

$$U = \langle E \rangle = \frac{1}{Z} \sum_i E_i e^{-E_i/T} \quad (1)$$

à partir du postulat fondamental. Nous avons également défini la chaleur spécifique comme

$$C_v = \frac{dU}{dT}$$

Une quantité particulièrement importante que nous voulons étudier est l'amplitude des fluctuations d'énergie

$$\text{Var}(E) = \langle E^2 \rangle - \langle E \rangle^2$$

1. Signification. Représenter graphiquement et discuter ce que $\text{Var}(E)$ représente.

2. Fluctuation-dissipation. En utilisant l'expression (1), démontrer que

$$\text{Var}(E) = T^2 C_v$$

Ceci est une relation très importante de la physique statistique et montre que la chaleur spécifique est directement liée aux fluctuations d'énergie du système.

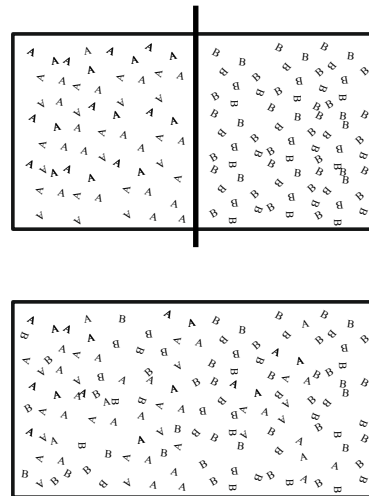


FIGURE 3: Le mélange de deux gaz différents provoque t il un flux de chaleur ?

3. Gaz parfait. Calculer l'amplitude relative des fluctuations

$$\delta = \frac{\sqrt{\text{Var}(E)}}{\langle E \rangle}$$

pour un gaz parfait de N molécules à température T . Commentez le résultat obtenu.

D. Entropie de mélange.

Un volume V est occupé par N molécules d'un gaz parfait A et un autre volume V par N molécules d'un gaz parfait B . L'ensemble est maintenu à température T . Nous enlevons la séparation entre les deux volumes et laissons les deux gaz se mélanger (Fig.3). Quelle est l'énergie libre totale du système F avant le mélange? Quelle est l'énergie libre totale du système F' après? Comment varient l'énergie libre, l'entropie et l'énergie interne totale du système? Quel flux de chaleur reçoit le système si nous mélangeons ainsi une mole de chaque gaz (donner la valeur numérique, sans chiffres après la virgule)?