Diffusion de surface - guérissement d'une surface éraflée

DEA de physique statistique et phénomènes non linéaires
Cours de physique de la matière condensée

Préliminaire: potentiel chimique et courbure

Soit un matériau solide dont la surface présente une courbure $1/R$ (NB: la courbure d'une sphère de rayon r est $2/r$). Montrer que le potentiel chimique des atomes dans ce matériau au voisinage de la surface peut être écrit sous la forme

$$\mu(\rho, T) = \mu_0(\rho, T) + \frac{\gamma}{R\rho}$$

où γ est la tension de surface (supposée isotrope), et ρ le nombre d'atomes par unité de volume. On pourra assimiler la surface à celle d'une sphère de même courbure.

On envisage une méthode de mesure de la diffusion de surface qui consiste à "érafler" une surface plane, et à observer l'évolution dans le temps de l'éraflure. La surface est parallèle au plan xOy, le solide occupe le demi-espace $z < 0$.

I.1 Expliquer qualitativement pourquoi le phénoméne de diffusion de surface tend toujours à provoquer une guérison de l'éraflure.

I.2 Soit $z = z(x, t)$ le profil de la surface éraflée à l'instant t. (on se place dans une géométrie bidimensionnelle, où on a invariance par translation le long de l'axe Oy). On suppose que le seul mécanisme de guérissement de l'éraflure est la diffusion de surface, c'est à dire la diffusion le long de la surface d'atomes qui se trouvent dans une couche d'épaisseur a (où a est une taille atomique). Soient j_s le courant de matière associé et D_s le coefficient de diffusion de surface. (NB: j_s et D_s ont la dimension habituelle pour un courant de matière et un coefficient de diffusion; la diffusion de surface est décrite par les même équations que la diffusion de volume, mais est limitée à une couche superficielle d'épaisseur a).

Montrer que

$$\frac{1}{a}\frac{\partial z(x,t)}{\partial t} = -a^2 \frac{\partial j_s(x,t)}{\partial x}$$

$$j_s = K \frac{\partial^3 z(x,t)}{\partial x^3}$$

où K est une constante que l'on exprimera en fonction de D_s, γ, ρ, k_B et T.

NB: on rappelle que en première approximation, la courbure de la surface est $-\frac{\partial^2 z(x,t)}{\partial x^2}$

I.3 En déduire que si initialement $y(x,t)$ est une fonction sinusoïdale, $z(x, t = 0) = A_0 \sin(kx)$, l'éraflure reste sinusoïdale pour $t > 0$, mais que son amplitude décroit avec le temps. Donner la loi de variation $A(t)$ de l'amplitude. Définir le temps de relaxation $\tau(k)$ associé à une sinusoïde de vecteur d'onde k.

I.4 Discuter qualitativement dans le cas plus réaliste d'un profil initial de l'éraflure en "dents de scie".