Interface normal/supraconducteur, théorie de Ginzburg Landau

DEA de physique statistique et phénomènes non linéaires
Cours de physique de la matière condensée

Energie libre d'une solution des équations de Ginzburg-Landau

Notations: on pose $\psi(\mathbf{r}) = \psi_0 f(\mathbf{r})$, où ψ_0 est la valeur d'équilibre du paramètre d'ordre, et $\mathbf{k}(\mathbf{r}) = e\mathring{A}(\mathbf{r})/\hbar$.

1) Avec ces notations, montrer que l'énergie libre de Ginzburg-Landau s'écrit

$$F = \int d\mathbf{r} \frac{B_c^2}{\mu_0}(-|f|^2 + \frac{1}{2}|f|^4 + \xi^2|(\nabla + i\mathbf{k})f|^2 + \frac{\mathbf{B}^2}{2\mu_0}$$

2) Montrer que si on a une condition limite sur les bords de l'échantillon de la forme $\mathbf{n}\cdot(-i\hbar\nabla - e\mathring{A})\psi = 0$, la *valeur minimum* de cette énergie peut se réécrire sous la forme

$$F_{min} = \int d\mathbf{r} \left(-\frac{B_c^2}{\mu_0}|f|^4 + \frac{\mathbf{B}^2}{2\mu_0} \right)$$

Pour cela on utilisera l'équation de Ginzburg-Landau écrite sous la forme $\xi^2(\nabla + i\mathbf{k})^2 f + f - |f|^2 f = 0$.

Quelle est l'interprétation de la condition limite ?

Finalement à H imposé on a

$$G_s - G_n = \int d\mathbf{r} \left(-\frac{B_c^2}{\mu_0}|f|^4 + \frac{(\mathbf{B} - \mu_0\mathbf{H})^2}{2\mu_0} \right)$$

Application: interface N/S plane

3) Montrer que pour une interface plane (perpendiculaire à l'axe Ox) les équations de Ginzburg Landau s'écrivent

$$\xi^2 \frac{d^2 f}{dx^2} + (1 - (\xi k(x))^2) f - |f(x)|^2 |f(x)| = 0$$

$$\lambda^2 \frac{d^2 k}{dx^2} -^f (x)^2 k(x) = 0$$

4) Pour un supra de type I, $\xi \gg \lambda$, on peut supposer que $k(x) = 0$ dans les régions où f varie. Dans ces conditions on a

$$\xi^2 \frac{d^2 f}{dx^2} + f - f(x)^3 = 0$$

pour $x > 0$. Intégrer cette équation pour montrer que

$$f(x) = \tanh(x/\xi\sqrt{2})$$

pout $x > 0$.

En déduire l'énergie de l'interface.