

# Facteur de structure d'une solution diluée de bâtonnets

DEA de physique statistique et phénomènes non linéaires

Cours de physique de la matière condensée

On considère une solution très diluée de molécules rigides, ou bâtonnets. Chaque molécule est constituée de  $N$  atomes (centres diffuseurs) espacés régulièrement sur un segment de droite. La distance entre 2 atomes voisins est  $a$ , la longueur totale de la molécule est donc  $L = Na$ .

1) définir et calculer le facteur de structure  $S(q)$  de la solution de bâtonnets. On procédera en 2 étapes, que l'on justifiera:

-calcul de la contribution au facteur de structure d'un batonnet dont le vecteur bout-à-bout, que l'on notera  $\vec{L}$ , est fixe. Le résultat obtenu dépend alors de l'orientation relative du vecteur de diffusion  $\vec{q}$  et du vecteur bout-a-bout  $\vec{L}$ .

-moyenne du résultat sur toutes les orientations possibles du vecteur  $\vec{L}$  (le vecteur  $\vec{q}$  étant fixé).

Pour faire le calcul, on se placera dans la limite continue où  $N \rightarrow \infty$ ,  $a \rightarrow 0$  et la longueur  $L = Na$  reste fixe, afin de transformer en intégrales les sommes obtenues.

On exprimera le résultat en fonction de l'intégrale définie:

$$I(u) = \int_{-1}^1 dx \frac{\sin^2(ux)}{x^2} \quad (1)$$

2) discuter les formes limites du résultat pour les valeurs de  $q$  "petites" ou "grandes" (on définira ce qu'on entend par là). Montrer en particulier que le résultat pour  $q$  petit pouvait être obtenu sans calcul en utilisant un théorème général. Y'a-t-il une limite supérieure de  $q$  pour la validité du résultat "q grand" ?

On utilisera pour étudier la limite "q grand" les résultats suivants:

$$I(u) = u \int_0^u dx \frac{\sin x}{x} + 2\sin^2(u/2) \\ \sim \frac{\pi u}{2} \text{ quand } u \rightarrow \infty \quad (2)$$