

TD.11
Eléments de solution

IA.1 $x(t) = A \cos(\omega t + \phi)$, $p(t) = -A m \omega \sin(\omega t + \phi)$, avec $\omega = \sqrt{k/m}$ et $A = \sqrt{2E/m}/\omega$.

IA.3 $P(x) = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{1}{\sqrt{(2E/k) - x^2}}$

IB cf. exo 1.1 du TD4

IC.1 $\phi(E) = \frac{(2\pi E)^N}{n! \Pi_i \omega_i}$ (cf. exo3 du TD5)

IC.2 $S \approx k_B \ln(\phi(E)/h^N)$ (cf. exo3 du TD5), $T = E/(N k_B)$.

IC.3 Pour N oscillateurs identiques, on a $Z = z^N$ avec $z = \frac{2\pi k_B T}{\omega}$

II cf exo2 du TD5.

III.1 $\epsilon(n_x, n_y, n_z) = (n_x + n_y + n_z + 3/2)\hbar\omega_E$, avec $(n_x, n_y, n_z) \in \mathbf{N}^3$, $\omega_E = \sqrt{k/m}$.

III.2 $Z = z^N$ et $z = \{1/[2sh(\beta\hbar\omega_E/2)]\}^3$.

III.3 $C_v = 3Nk_B u^2 \frac{e^u}{(e^u - 1)^2}$ avec $u = \beta\hbar\omega_E$

IV.A(a) $\epsilon_n = (n + 1/2)\hbar\omega$ ($n \in \mathbf{N}$), $\langle n \rangle = 1/(e^{\beta\hbar\omega} - 1)$, $\langle \epsilon \rangle = (\hbar\omega/2) \coth(\beta\hbar\omega/2)$

$C_v = k_B u^2 \frac{e^u}{(e^u - 1)^2}$ avec $u = \beta\hbar\omega$

IV.A(b) $C_v = \sum_{i=1}^2 C_v(i)$ où $C_v(i)$ correspond à l'oscillateur i .

IV.B(a) $\omega(q) = 2\omega_0 |\sin \frac{qd}{2}|$, avec $\omega_0 = \sqrt{k/m}$

IV.B(b) $\omega_{max} = 2\omega_0$.

IV.B(c) $g(\omega) = N/(\pi\omega_0)$, $\omega_D = \pi\omega_0$