TD.14 - Paramagnétisme de Pauli
Eléments de solution

1) $\alpha = 3N/4\epsilon_F^{3/2}$.

2) $N_+ = \alpha(\epsilon'_F + \mu_B B)^{3/2}$ $\qquad N_- = \alpha(\epsilon'_F - \mu_B B)^{3/2}$ où ϵ'_F est la valeur de l'énergie de Fermi en présence du champ.

En écrivant $N_+ + N_- = N$ on voit que ϵ'_F est identique à ϵ_F à l'ordre $(\mu_B B/\epsilon_F)^2$ près.

Donc

$$N_+ = N/2(1 + 3\mu_B B/2\epsilon_F)$$

$$N_- = N/2(1 - 3\mu_B B/2\epsilon_F)$$

3) $M = 3N\mu_B^2 B/4\epsilon_F$; $\chi = 3N\mu_B^2/4\epsilon_F$ Le principe de Pauli fait que seule une petite fraction des électrons (ceux qui sont voisins de ϵ_F) répond au champ magnétique.

4) Pour $T \neq 0$ le potentiel chimique est déterminé en l'absence de champ par

$$2I(\mu, T) = \int_0^\infty g(\epsilon) f((\epsilon - \mu)/k_B T) d\epsilon = N$$

où $f(x) = 1/(e^x + 1)$

En présence d'un champ on a

$$N_+ = \int_{-\delta}^\infty g(\epsilon + \delta) f((\epsilon - \mu')/k_B T) d\epsilon = \int_0^\infty g(\epsilon) f((\epsilon - \delta - \mu')/k_B T) d\epsilon = I(\mu' + \delta, T)$$

$$N_- = \int_0^\infty g(\epsilon - \delta) f((\epsilon + \delta - \mu')/k_B T) = \int_0^\infty g(\epsilon) f((\epsilon + \delta - \mu')/k_B T) d\epsilon = I(\mu' - \delta, T)$$

où $\delta = \mu_B B$ et μ' est la valeur du potentiel chimique en présence de champ.

En supposant que δ est petit devant μ on a

$$N_+ + N_- = N = 2I(\mu, T) = 2I(\mu', T) + \delta^2 \frac{\partial^2 I}{\partial \mu^2}$$

et donc

$$\mu' - \mu = -\delta^2 I"(\mu)/I'(\mu)$$

Comme

$$I'(\mu) = -\int g(\epsilon) \frac{df}{d\epsilon} d\epsilon \simeq g(\mu)$$

(cf développement de Sommerfeld)

$$I"(\mu) \simeq g'(\mu)$$

on a $\mu' - \mu \sim \delta^2/\mu$ qui est donc négligeable.

Le moment magnétique est donné par

$$N_+ - N_- \simeq 2\delta I'(\mu) = 2\delta g(\epsilon_F)(1 + O((k_B T/\epsilon_F)^2))$$