TD.9
Eléments de solution

1) Pour un spin, $\epsilon = -\vec{\mu}.\vec{B}$, on a donc $E = -(N_+ - N_-)\mu B$ (avec $N_+ + N_- = N$, donc $-\mu B\, N < E < \mu B N$). $W_t = 2^N$.

2) Pour E fixe, on a $N_+ = (N - E/\mu B)/2$ et $N_- = (N + E/\mu B)/2$. $W = C_N^{N_+} = N!/(N_+!\, N_-!) = N!/[((N - E/\mu B)/2)!\, ((N + E/\mu B)/2)!]$

3) En posant $x = E/\mu\, B\, N$, on obtient

$$S/N\, k_B = -\frac{1}{2} \ln[((1+x)(1-x))\,/4] + \frac{1}{2}\, x\, \ln[(1-x)/(1+x)]$$

Pour $x = 0(E = 0)$, $S = S_{max} = k_B\, N \ln 2$.

4)$T = (2\mu\, B/k_B)/\ln[(1-x)/(1+x)]$

$$N_+/N = (1 + th(\mu B/k_B T))/2; \qquad N_-/N = (1 - th(\mu B/k_B T))/2$$

5)

$$\frac{1}{T} = \frac{k_B}{2\mu\, B} \ln \frac{(1-x)}{(1+x)}$$

$T < 0$ pour $0 < E < \mu\, B\, N$. Origine physique: chaque élément (spin) a un nombre fini (2) d'états possibles. Conséquence: l'énergie du système est bornée à la fois inférieurement et supérieurement. Pour la dernière question: Le cristal à $T < 0$ a $E > 0$, pour évoluer vers un état à $T > 0$ ($E < 0$), il cède de l'énergie au corps "normal". Il apparaît donc plus chaud.

6) Ensemble canonique, $\epsilon_{i+} = -\mu\, B$, $\epsilon_{i-} = \mu\, B$.
$Z = [2\, ch(\beta\mu\, B)]^N$ $(\beta = 1/(k_B\, T))$. $F = -k_B T \ln Z$,
$< E >= -N\mu\, B\, th(\beta\mu\, B)$.
$C_V = N\, k_B\, (\beta\mu\, B)^2\, /ch^2(\beta\mu\, B)$

7)$< M >= (N/V)\mu\, th(\beta\mu\, B)$.
$\chi = \beta\mu^2(N/V)/ch^2(\beta\mu\, B)$