

TD 6 - Milieux continus

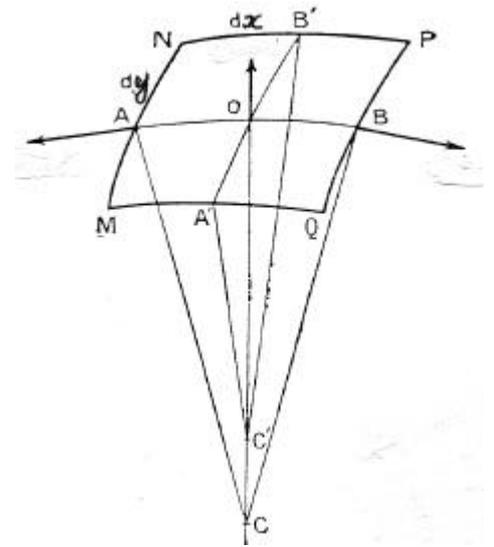
Exercice 1 : Formule de Laplace

On s'intéresse à un élément rectangulaire de la surface libre d'un liquide, de tension superficielle σ , représentée ci dessous. La longueur des cotés AB et A'B' est dx et dy.

Soient R et R' les rayons de courbure suivant x et y. Cet élément de surface est en équilibre sous l'action d'une différence entre les pressions qui s'exercent sur ses deux faces: p-p'.

- 1) Déterminer les forces qui s'exercent sur chacun des cotés
- 2) Quel est la résultante de ces forces sur l'axe perpendiculaire à la surface. En déduire la formule de Laplace liant p-p' et les rayons de courbure R et R'.

Application : Déterminer la surpression à l'intérieur d'une bulle de savon de rayon r.



Exercice 2 : Instabilité du jet d'un robinet

Un jet d'eau cylindrique formé à partir d'un robinet peu ouvert peut devenir spontanément instable et former des gouttes par pincement. On considère un jet d'eau cylindrique s'écoulant d'un robinet de diamètre 2a. La section de ce jet par un plan vertical, après perturbation du jet, est représentée ci-dessous. Le profil, d'allure sinusoidale, est donné par

$$y(x) = a + b \cos(2\pi x/\lambda)$$

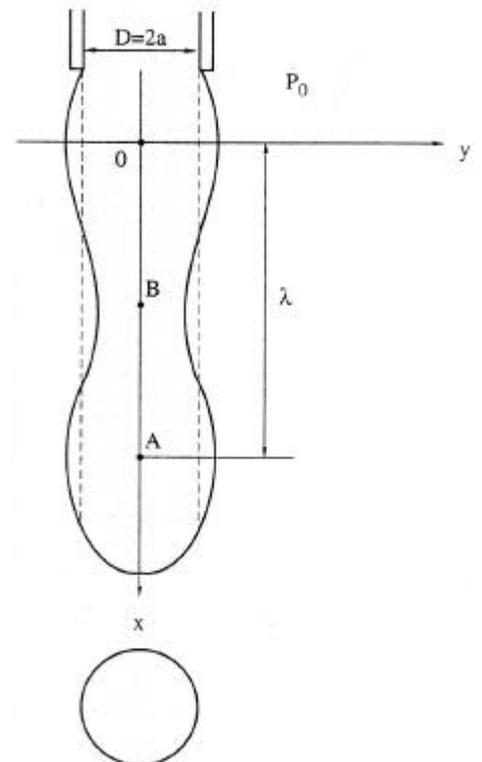
On appelle P_0 la pression atmosphérique et on néglige l'effet de la pesanteur.

- 1) Calculer le rayon de courbure à l'altitude du point A et en déduire la pression P_A .

On rappelle que le rayon de courbure d'une courbe $y(x)$ s'écrit :

$$|R| = \frac{(1 + y'^2)^{3/2}}{|y''|}$$

- 2) Calculer la pression P_B et déterminer la différence $P_A - P_B$
- 3) Quel doit être le signe de $P_A - P_B$ pour que la perturbation soit amplifiée par les forces de tension superficielle. En déduire une condition de stabilité sur λ .



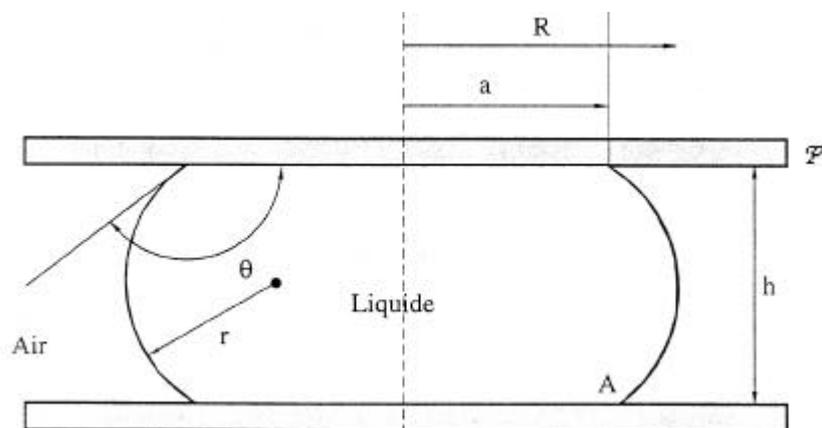
Exercice 3 : Equilibre d'une goutte sur un plan

On considère une goutte de liquide posée sur une surface plane solide. Les dimensions de la goutte sont suffisamment faibles pour que son poids soit négligeable. La goutte peut alors être assimilée à une portion de sphère de rayon R . Soit θ l'angle qu'elle fait avec le solide.

- 1) Représenter les forces qui s'exercent en point A du périmètre de contact. On appelle σ_{SV} , σ_{SL} , σ_{LV} les tensions interfaciales solide-vapeur, solide-liquide et liquide-vapeur.
- 2) Déterminer l'angle θ grâce à la projection des forces à l'équilibre en A sur un axe que l'on explicitera.
- 3) Quel est la projection suivant un axe vertical des forces qui s'exercent sur le périmètre.
- 4) Quel est la surpression de l'intérieur de la goutte par rapport à l'extérieur du fait de sa courbure. Quel force en résulte sur l'interface liquide-solide
- 5) Montrer en faisant le bilan des forces que la réaction R du support sur la goutte est nulle. Ce résultat vous paraît-il satisfaisant.

Exercice 4 : Equilibre d'une goutte entre deux plans

Sur la figure ci-dessous est représentée une goutte coincée entre un support de verre et une plaque P parallèle. Le mouillage de la plaque et du support est supposé le même. La distance entre les deux plaques est h et le rayon R de la goutte est grand devant h . On néglige la variation de pression hydrostatique sur la hauteur h . On s'intéresse à la force qui s'oppose au poids de la plaque P maintenue en équilibre au dessus de la goutte, appelée portance de la goutte.



- 1) A quelle situation (liquide mouillant ou non mouillant) correspond la figure ci-dessus.
- 2) On suppose que la section de la goutte par un plan vertical est un cercle de rayon r qui coupe les deux plaques suivant θ . Déterminer la surpression dans la goutte en fonction de σ_{LV} , h et $\cos\theta$ ainsi que la force F_S qui en résulte sur la plaque P.
- 3) Evaluer l'angle de contact θ du liquide avec les plaques.
- 4) Déterminer la résultante des forces verticales F_L qui s'exercent sur la ligne L de contact triple.
- 5) Exprimer l'équilibre entre le poids P et les force F_L et F_S . Dans le cas $R \gg h$ déterminer P en fonction du volume V de la goutte.

A.N. $\sigma_{LV}=435 \cdot 10^{-3} \text{J/m}^2$; $\theta=130^\circ$; $V=0.1 \text{cm}^3$; $h=1 \mu\text{m}$