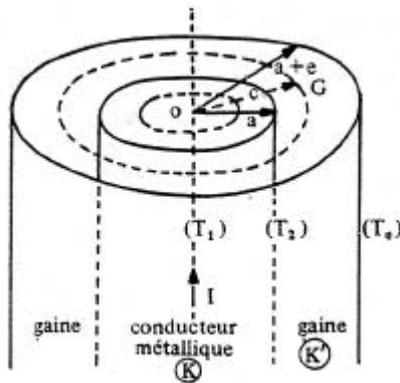


TD 1 - Milieux continus

Exercice 1 : Conduction thermique dans un fil gainé

Un très long fil cylindrique de conductivité électrique constante, de conductibilité thermique K de rayon a et de résistance par unité de longueur R est enveloppé d'une gaine cylindrique de même axe que le fil, d'épaisseur e de conductibilité électrique nulle et de conductibilité thermique K' . La paroi extérieure de la gaine est maintenue à la température T_e . Un courant électrique constant d'intensité I parcourt le fil métallique. On suppose qu'un régime stationnaire s'établit



Déterminer en tout point G de la gaine, à la distance r de l'axe:

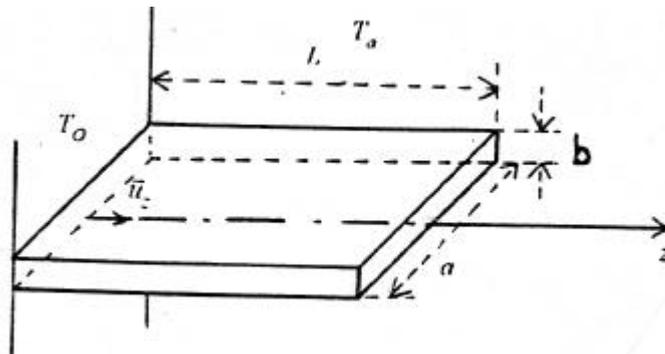
- 1) la densité $j_Q(r)$ du flux de chaleur dans la gaine
- 2) la loi de température $T(r)$ dans la gaine

Déterminer en tout point C du conducteur à la distance r de l'axe:

- 3) la densité $j_Q(r)$ du flux de chaleur dans le conducteur
- 4) la loi de température $T(r)$ dans le conducteur
- 5) Quelle est la température sur l'axe du fil avec $a=6\text{mm}$, $e=12\text{mm}$, $T_e=290\text{K}$, $I=850\text{A}$, $K=115\text{ W m}^{-1}\text{°C}^{-1}$ et $K'=21\text{ W m}^{-1}\text{°C}^{-1}$

Exercice 2 : Refroidissement d'une ailette

On considère un ailette de refroidissement constituée d'un matériau (M) de section rectangulaire de cotés a et b et de longueur L parallèle à un axe zz' .



Elle est fixée sur une paroi à température T_0 et baigne dans un milieu T_a . L'échange de chaleur entre l'ailette à la température T et le milieu ambiant de température T_a se fait par convection.

La quantité de chaleur Q cédée par seconde par unité de surface de l'ailette au milieu extérieur est donnée par $Q=\alpha(T-T_a)$ avec α coefficient de convection constant.

On supposera $a \gg b$ et on posera $m^2=2\alpha/b\lambda$

1) Ecrire l'équation différentielle à laquelle obéit en régime permanent la température $T(z)$ de l'ailette en faisant un bilan d'énergie entre les deux sections de cotes z et $z+dz$.

2) Déterminer la solution générale de l'équation différentielle

3) Quelle est la condition sur L et m pour que l'ailette réelle puisse être assimilée de façon acceptable à une ailette de longueur infinie.

4) Quelle serait la quantité de chaleur évacuée par unité de temps dans une ailette infinie.

5) Dans le cas où l'ailette est de longueur finie, préciser la condition aux limites en $z=L$ en supposant $\alpha/\lambda \ll 1$.

6) Déterminer la loi $T(z)$.

7) Quelle serait la quantité de chaleur évacuée par unité de temps par l'ailette de longueur L

Exercice 3 : Conductibilité thermique en $1/T$

Un matériau remplit l'espace entre deux plaques métalliques parallèles distantes de L . La conductibilité thermique K de ce matériau est inversement proportionnelle à la température $k.T=C_0$ (C_0 constante donnée, caractéristique du matériau). Les températures des deux plaques sont maintenues aux valeurs T_0 et T_1 ($T_0 > T_1$).

Un écoulement de chaleur se produit normalement aux plaques et l'origine O est au centre de la plaque la plus chaude.

1) Déterminer en régime permanent la quantité de chaleur Q_1 qui traverse par unité de temps une section de matériau d'aire A parallèle aux plaques métalliques en fonction de A , C_0 et L et du rapport T_1/T_0 .

2) Déterminer

a) La loi de distribution de température $T(x)$.

b) la loi de variation de la conductibilité thermique avec x

3) Calculer la température T , la conductibilité thermique K et le gradient de température au centre du matériau.