TD 2 - Milieux continus

Exercice 1 : Bilan énergétique et entropique dans une barre

Une barre cylindrique en fer, de diamètre D=1.5cm et de longueur L=1.3m, a une extrémité à l'intérieur d'un four à la température T_f =494K maintenue constante. L'autre extrémité est en contact avec le milieu ambiant qui se comporte comme un thermostat à la température 300K. La surface est calorifugée de telle sorte que l'on peut négliger les déperditions latérales. La diffusion thermique est stationnaire et $\lambda=16Wm^{-1}K^{-1}$ est la conductivité thermique du fer.

1) Déterminer le flux d'énergie thermique et la température T(x) dans la barre.

2) Ecrire le bilan d'entropie pour un élément de barre de longueur dx pendant la durée élémentaire dt.

3) En déduire l'expression du taux de production d'entropie σ_s de la barre par unité de temps et de volume en régime stationnaire. Calculer la production d'entropie aux extrémités.

Exercice 2 : Diffusion de neutrons

Partie I : Milieu absorbant

On étudie la diffusion de neutrons à la sortie d'un réacteur (dans la direction Ox), dans un barreau de graphite de section droite d'aire S. On note n(x,t) le nombre de neutrons par unité de volume. On admettra que le coefficient de diffusion est indépendant de la concentration de neutrons donc de x.

Un certain nombre neutrons sont captés par le graphite au cours de leur diffusion : une concentration C.n(x,t) est absorbée par unité de temps et de volume, où C est une constante caractéristique du graphite.

1) Etablir l'équation différentielle a laquelle satisfait n(x,t) ainsi que la concentration de neutrons n(x) en régime stationnaire, sachant que n_0 neutrons par unité de temps et de surface sont émis par le réacteur vers le graphite (on supposera le barreau semi infini).

2) Exprimer en fonction de C et D la longueur de diffusion L_d c'est à dire la longueur que doivent parcourir les neutrons dans le graphite pour que leur nombre soit divisé par e.

Partie 2 : Milieu multiplicateur

On s'intéresse maintenant à la diffusion unidirectionnelle de neutrons dans un barreau de plutonium cylindrique d'axe Ox de section droite d'aire S, s'étendant entre les abscisse 0 et L. Cette diffusion satisfait à la loi de Fick avec un coefficient de diffusion $D=22m^2s^{-1}$.

D'autre part du fait de réactions nucléaires entre les neutrons et la matière, des neutrons sont produits: pendant une durée dt dans un élément de volume $d\tau$, il apparaît $dN_p=Kn(x,t)d\tau dt$ neutrons avec $K=3.5\ 10^4 s^{-1}$.

On admettra en première approximation que n doit s'annuler à tout instant aux extrémités du cylindre en x=0 et x=L. En revanche on supposera que n(x,t) ne s'annule pas à l'intérieur du solide.

1) Etablir l'équation différentielle dont n(x,t) est solution
2) Déterminer n(x) à une constante multiplicative près en régime stationnaire. Montrer que ce régime n'est possible que pour une valeur particulière L_s de L. Calculer L_s.
3) En régime quelconque, montrer qu'en posant n(x,t)= h(x).g(t) l'équation différentielle peut se séparer en deux parties ne dépendant chacune que d'une seule variable.
4) Déterminer h(x) et g(t)
5) En déduire que n(x,t) diverge si L est supérieur à une valeur critique Lc que l'on explicitera et calculera.