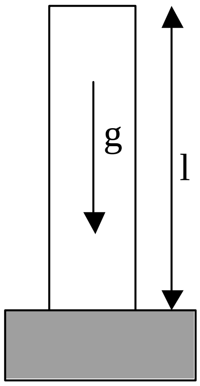
TD 4 - Milieux continus

Exercice 1 : Barre dans un champ de pesanteur

On s'intéresse à la déformation d'une longue barre homogène, de longueur au repos l, de section rectangulaire, placée dans un champ de pesanteur et posée sur un socle rigide.

1) Ecrire l'équation d'équilibre sur le tenseur de contraintes dans la barre.
2) Déterminer les conditions aux limites sur les faces latérales et sur la face supérieure.
3) Quelles sont les contraintes dans la barre
4) A partir de la relation contrainte déformation déterminer le tenseur de déformation puis le vecteur déformation.



(On rappelle

$$u_{xx} = \frac{1}{E}[s_{xx} - s(s_{yy} + s_{zz})]$$

$$u_{yy} = \frac{1}{E}[s_{yy} - s(s_{xx} + s_{zz})]$$

$$u_{zz} = \frac{1}{E}[s_{zz} - s(s_{yy} + s_{xx})]$$

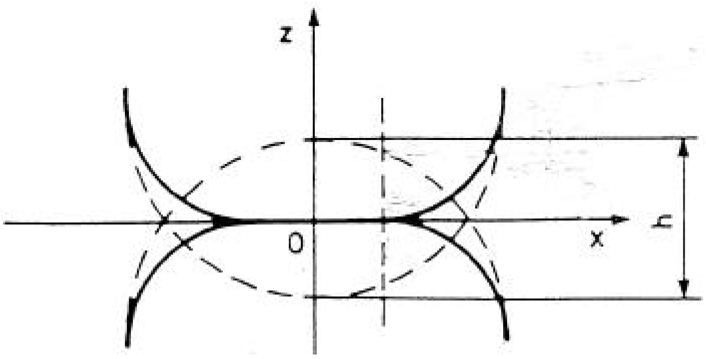
$$u_{xy} = \frac{1+s}{E} s_{xy} \;,\; u_{xz} = \frac{1+s}{E} s_{xz} \;,\; u_{yz} = \frac{1+s}{E} s_{yxz} \;)$$

5) Quelle déformation obtiendrait on pour une barre de section quelconque.

Exercice 2 : Temps de collision de deux billes

On s'intéresse à la collision de deux billes sphériques, toutes deux de rayon R animées d'une vitesse relative **v** avant le contact, vitesse très petite par rapport à la vitesse du son dans le matériau.

On rappelle que pour rapprocher de la distance h deux sphères en contact, il faut exercer une force F avec $F=k\,h^{3/2}$ où k est une constante.



1) Déterminer l'énergie potentielle élastique des deux billes en contact en fonction de h.
2) Ecrire l'équation de conservation de l'énergie avant et pendant le choc.

3) Quel est la distance maximale dont les deux boules se rapprochent durant le choc.
4) Calculer le temps durant lequel les deux boules s'entrechoquant restent en contact.

On donne

$$\int_0^1 (1 - x^{5/2})^{-1/2} dx = 1.47$$

Exercice 3 :

On étudie la déformation d'un tube cylindrique vide de rayon intérieur r_1 et extérieur r_2. On maintient à l'intérieur de ce tube une pression p et une pression nulle à l'extérieur.

1) Montrer que l'équation d'équilibre des corps isotropes peut dans ce cas se ramener à grad(div(**u**))=0
2) Montrer que le vecteur déformation peut s'écrire sous la forme $u_r(r)=ar+b/r$.
3) Quelles ont les contraintes dans le cylindre
4) A partir des conditions aux limites déterminer l'expression de u.

On rappelle les expressions de la divergence et du tenseur de déformation en coordonnées cylindriques:

$$\operatorname{div} \vec{A} = \frac{1}{r}\frac{\partial (r A_r)}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial A_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

$$u_{rr} = \frac{\partial u_r}{\partial r}$$

$$u_{\theta\theta} = \frac{1}{r}\frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{u_r}{r}$$

$$u_{zz} = \frac{\partial u_z}{\partial z}$$

$$u_{z\theta} = \frac{1}{r}\frac{\partial u_z}{\partial \theta} + \frac{\partial u_\theta}{\partial z}$$

$$u_{rz} = \frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r}$$

$$u_{r\theta} = \frac{\partial u_\theta}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial u_r}{\partial \theta} - \frac{u_\theta}{r}$$