Maîtrise de Physique, Université Lyon I, Année 2001-2002

Examen de Physique des Milieux Continus

3 Juin 2002, durée 2h.

Exercice I : élasticité

La figure 1 représente la vitesse des ondes sismiques dites S et P en fonction de la profondeur à l'intérieur de la terre.

1) Discuter les informations que l'on peut tirer d'une telle figure concernant la nature des ondes S et P, ainsi que la composition de la terre.

2) Les vitesses obtenues vous paraissent elles compatibles avec la nature du noyau interne (Fer) ?

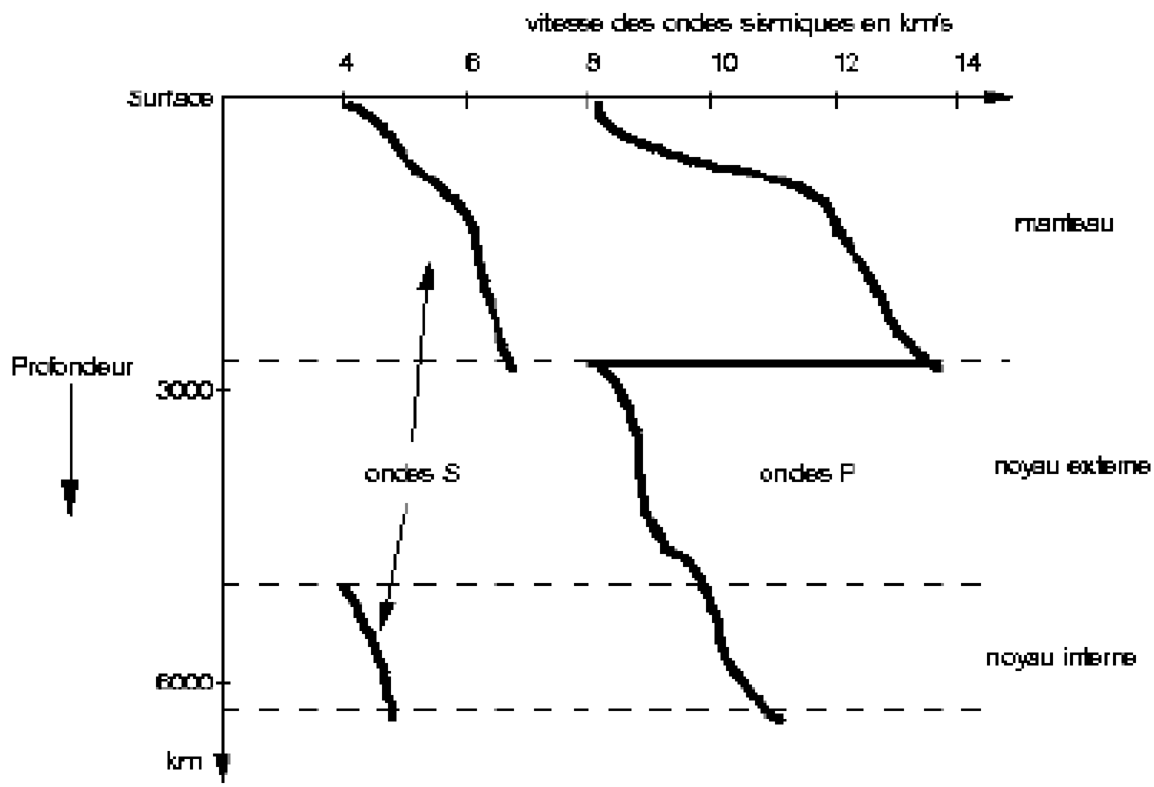

Fig. 1 –

Exercice II : Ecoulement de lubrification

A l'intérieur d'un fluide, un cylindre de rayon R se rapproche d'un plan à une vitesse V donnée, parallèle à son axe Oz (voir figure). Le fluide a une viscosité η, et la vitesse est faible. On appelle $h(t)$ la distance entre le plan et le cylindre ($V = -dh/dt$). En dehors de l'espace confiné entre le cylindre et le plan, règne une pression P_{ext} constante.

L'écoulement du fluide compris entre le cylindre et le plan, représenté sur la figure, est un écoulement de lubrification assimilable localement à un écoulement de Poiseuille.

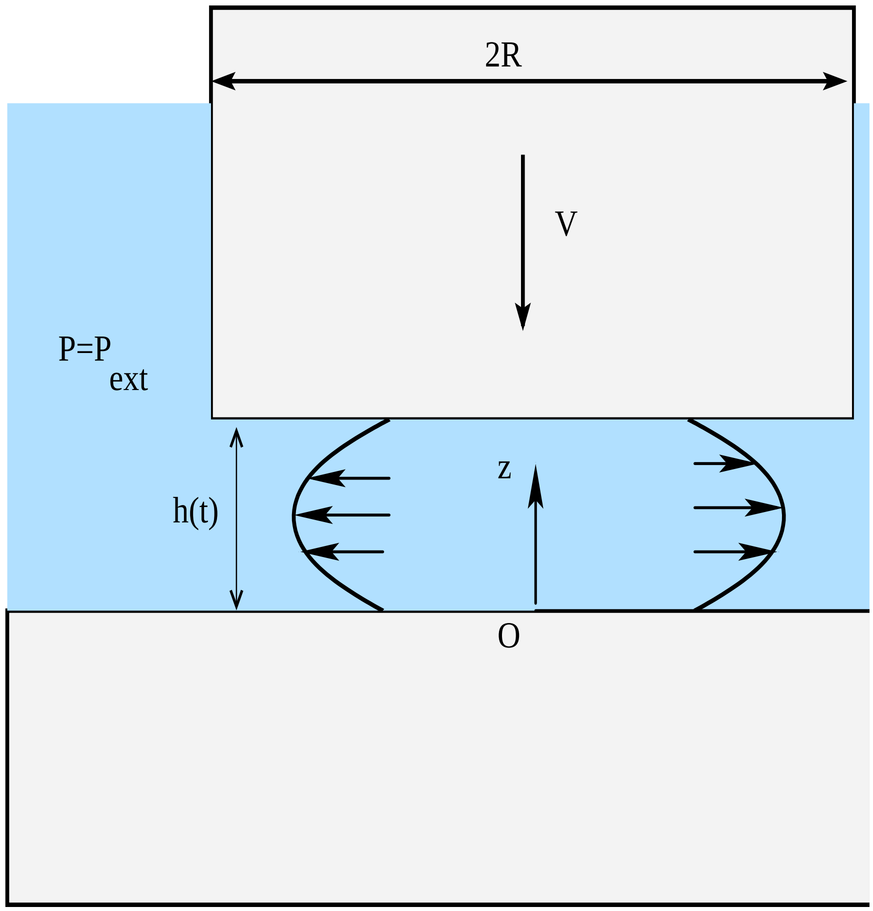

Fig. 2 –

1) Montrer que, dans l'intervalle compris entre le cylindre et le plan, le champ de vitesse se résume à sa composante radiale $v_r(r, z)$. Montrer que si $P(r)$ est la pression à une distance r de l'axe,

$$v_r(r, z) = -\frac{1}{2\eta}\frac{dP}{dr}z(h - z).$$

2) En exprimant la conservation du débit, en déduire le champ de pression

$$P(r) = P_{ext} + \frac{3\eta}{h^3}\frac{dh}{dt}(r^2 - R^2)$$

3) En déduire que la force verticale exercée par le fluide sur le cylindre est de la forme

$$F_{fluide} \sim -\frac{1}{h^3}\frac{dh}{dt}$$

et exprimer le coefficient de proportionnalité en fonction de R et de η.

4) Dans le cas où le cylindre est soumis à une force extérieure verticale constante F_0 et à la force exercée par le fluide, établir l'évolution de $h(t)$ en fonction du temps. On supposera que à $t = 0$ $h = h_0$, et on négligera l'accélération du cylindre.

Exercice III : Capillarité et hydrodynamique

Une fibre cylindrique, de rayon r, est immergée dans un liquide de viscosité η et de tension superficielle γ, de masse volumique ρ. On tire cette fibre hors du liquide (voir figure), avec une vitesse de tirage V. On s'intéresse à l'épaisseur e du film liquide qui reste sur la fibre lorsque celle ci émerge du liquide. On se place dans la limite des faibles nombres de Reynolds, ou les effets inertiels (faisant intervenir ρ) sont négligeables. On suppose aussi que le rayon r de la fibre est petit par rapport à la longueur capillaire, ce qui fait qu'on peut négliger la gravité. On supposera aussi $e \ll r$.

1) Expliquer qualitativement quels ingrédients vont être favorables à une épaisseur e importante, et quels ingrédients vont tendre à réduire e.

2) On suppose V faible, de sorte qu'on peut négliger les effets d'inertie ($\rho = 0$). Utiliser l'analyse dimensionnelle pour proposer une relation donnant e en fonction de r, V, η et γ. Sachant que les observations expérimentales montrent que e est proportionnel à $V^{2/3}$, et que pour $V = 1$m/s, $\eta = 10^{-3}$ Pa.s, $\gamma = 3,5\ 10^{-3}$N/m et $r = 1$mm, on mesure $e = 0,125$mm, déduire la loi (de Landau) donnant e en fonction des autres grandeurs.

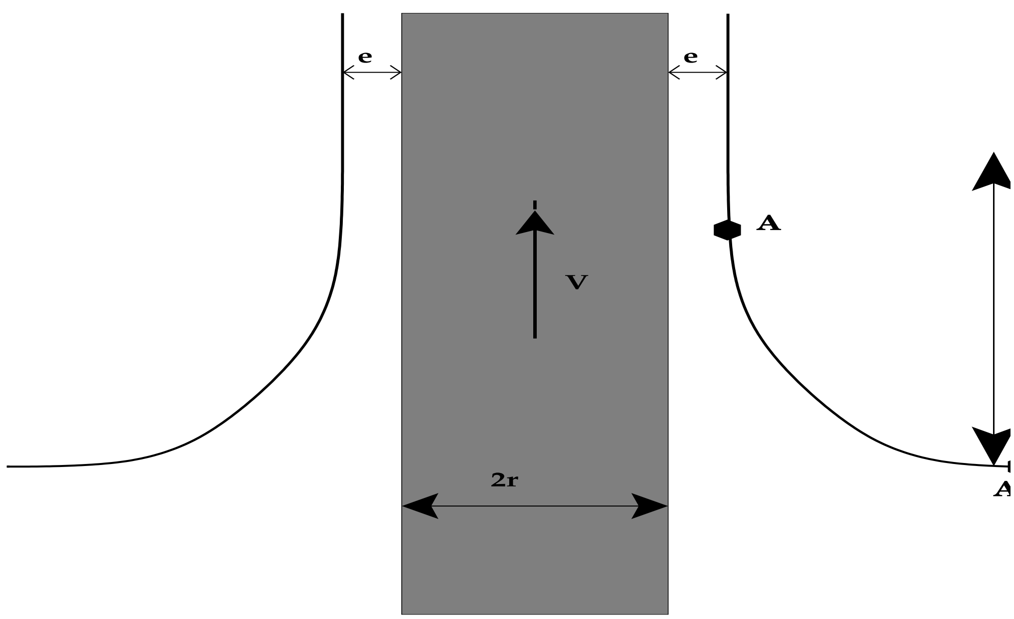

Fig. 3 –

3) On veut expliquer le comportement en $V^{2/3}$ de l'épaisseur du film. Pour cela on se réfère aux notations de la figure L'épaisseur du film est toujours supposée petite par rapport au rayon de la fibre. L désigne la longueur de la zone de raccordement entre le film d'épaisseur constante et le bain de liquide d'où est tirée la fibre.

-Pour les points de l'interface compris dans la zone entre A et A', montrer que les courbures du film peuvent être estimées comme e/L^2 et $-1/r$. En exprimant que au voisinage du point A' la pression doit être nulle, en déduire que

$$\frac{e}{L^2} \sim \frac{1}{r}$$

-Justifier que le gradient de pression entre A et A' est de l'ordre de $\gamma/(rL)$.

-En comparant ce gradient de pression au gradient de la contrainte visqueuse $\eta\Delta\mathbf{v}$ (qu'on exprimera en fonction de η, V et e), aboutir à la dépendance de e par rapport à V.