TD 10- Milieux continus

Exercice 1 : Ecoulement irrotationnel autour d'une sphère

On considère un fluide parfait incompressible de masse volumique ρ initialement au repos et occupant un espace infini. On néglige la gravitation dans le problème, la pression est alors uniforme dans le fluide et vaut P_0.

On met en mouvement à la vitesse u(t)dans ce fluide une sphère de rayon R, homogène de masse volumique ρ_0 et on admet que le mouvement du fluide est irrotationnel. L'expression du potentiel des vitesses est :

$$\Phi(r)=-R^3/2r^3\ \mathbf{u.r}$$

dans un repère lié au centre de la sphère à l'instant t.

1) Montrer que le potentiel des vitesses convient (conditions aux limites autour de la sphère, incompressibilité)
2) Représenter les lignes de courant.
3) La sphère se déplace à la vitesse u(t), déterminer la pression en tout point de sa surface, puis la force totale qu'exerce le fluide sur la sphère, que devient cette force quand la vitesse est constante.
4) La sphère tombe maintenant en chute libre dans le champ de pesanteur d'accélération **g**. Montrer que le mouvement de la sphère uniformément accéléré.

Exercice 2 : Propagation d'une onde de choc

Une explosion a lieu à t=0 et r=0. On suppose que les variables pertinentes sont l'énergie libérée par l'explosion, E, et la masse volumique initiale de l'air, ρ.

Montrer que le rayon r(t) de la sphère atteinte par l'onde de choc croit comme $t^{2/5}$.

Exercice 3 : Hélice propulsive

Une hélice se déplace horizontalement à la vitesse V constante dans un fluide supposé incompressible de masse volumique ρ et de viscosité η. Cette hélice de diamètre D tourne à la vitesse angulaire Ω.

1) Déterminer l'expression de la force de propulsion par analyse dimensionnelle.
2) Pour étudier les caractéristiques d'une hélice de diamètre D=4m tournant à Ω=100tours/min, on réalise une maquette de diamètre D=0.5m. La maquette se déplaçant dans le même fluide, quelle vitesse angulaire faut il donner à la maquette?
3) Montrer qu'il est possible de négliger les forces de viscosité.
4) La force de propulsion de la maquette est F'=230N, et le couple appliqué Γ=22N.m pour une vitesse de déplacement V'=9 km/h et une vitesse de rotation Ω'=360tr/min. Déterminer la vitesse V, la force de propulsion F, le rendement r et le couple Γ de l'hélice en vraie grandeur.

On donne : ρ_{air}=1.3 kg m^{-3}, η_{air}=1.8 10^{-5}pl

Exercice 4 : Vitesse de sédimentation

On démontre que pour de grands nombres de Reynolds, lorsqu'une sphère se déplace à la vitesse v dans un fluide visqueux, la force résultante qu'exerce le fluide s'exprime par la formule de Stockes $\mathbf{F}_v=-6\pi\eta a\mathbf{v}$, η étant la viscosité cinématique et a le rayon de la sphère.

1) Une sphère de densité ρ_s tombe en chute libre dans un liquide de densité ρ. Sa vitesse à l'instant t=0 étant nulle, déterminer la vitesse de la sphère à un instant t quelconque. Calculer sa vitesse limite.

On s'intéresse à la sédimentation des globules rouges du sang qui peuvent être assimilés à des sphères. Un test biologique consiste à mesurer la vitesse de sédimentation de ces globules rouges dans un tube à essai en mesurant la hauteur de la zone claire au sommet du tube, au bout d'un temps donné.

2) Calculer cette vitesse en prenant :
   $\rho_e=1.1$ g/cm^3 densité des globules rouges
   $\rho_p=1.03$ g/cm^3 densité du plasma sanguin
   $a=3\ 10^{-4}$ cm dimension d'un globule
   $\eta=1.27\ 10^{-2}$ viscosité du plasma
3) En fait l'agitation thermique limite l'accumulation des particules au fond du récipient. La sédimentation entraînant une inhomogénéité, un phénomène de diffusion apparaît dans le sens ascendant. Le courant de diffusion est donné par la loi de Fick, D étant le coefficient de diffusion. Déterminer en régime stationnaire la loi de C avec z.