

Projets de simulation numérique en C++

Licence 3 de Physique

M. Ismail

October 4, 2012

Hydrogéologie

Dans certain cas, l'étude d'écoulements dans le sol conduit à l'équation de Poisson

$$-\Delta u(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x}), \mathbf{x} = (x_1, \dots, x_d)^T \in \Omega, \quad (1)$$

où f est une fonction donnée et Δ est l'opérateur de Laplace. Considérons une région Ω occupée par un milieu poreux comme un sol ou une argile. D'après la loi de Darcy, la vitesse de filtration de l'eau $\mathbf{q} = (q_1, q_2, q_3)^T$ est proportionnelle au gradient du niveau d'eau ϕ dans le milieu. Plus précisément

$$\mathbf{q} = -K\nabla\phi, \quad (2)$$

où K est la constante de conductivité hydraulique du milieu poreux et $\nabla\phi$ le gradient spatial de ϕ . En supposant constante la densité du fluide ; la conservation de la masse s'écrit $\nabla \cdot \mathbf{q} = 0$; où $\nabla \cdot \mathbf{q}$ est la divergence du vecteur \mathbf{q} .

D'après (2), on voit donc que ϕ satisfait le problème de Laplace $\Delta\phi = 0$.

Références :

- [1] A. Quarteroni and F. Saleri. *Calcul scientifique*, Springer-Verlag Italia, Milano, 2006.
- [2] I. Danaila, F. Hecht and O. Pironneau. *Simulation numérique en C++*, Dunod, Paris, 2003.