

# Projets de simulation numérique en C++

## Licence 3 de Physique

M. Ismail

October 4, 2012

### Hydrogéologie

Dans certain cas, l'étude d'écoulements dans le sol conduit à l'équation de Poisson

$$-\Delta u(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x}), \mathbf{x} = (x_1, \dots, x_d)^T \in \Omega, \quad (1)$$

où  $f$  est une fonction donnée et  $\Delta$  est l'opérateur de Laplace. Considérons une région  $\Omega$  occupée par un milieu poreux comme un sol ou une argile. D'après la loi de Darcy, la vitesse de filtration de l'eau  $\mathbf{q} = (q_1, q_2, q_3)^T$  est proportionnelle au gradient du niveau d'eau  $\phi$  dans le milieu. Plus précisément

$$\mathbf{q} = -K\nabla\phi, \quad (2)$$

où  $K$  est la constante de conductivité hydraulique du milieu poreux et  $\nabla\phi$  le gradient spatial de  $\phi$ . En supposant constante la densité du fluide ; la conservation de la masse s'écrit  $\nabla \cdot \mathbf{q} = 0$ ; où  $\nabla \cdot \mathbf{q}$  est la divergence du vecteur  $\mathbf{q}$ .

D'après (2), on voit donc que  $\phi$  satisfait le problème de Laplace  $\Delta\phi = 0$ .

#### Références :

- [1] A. Quarteroni and F. Saleri. *Calcul scientifique*, Springer-Verlag Italia, Milano, 2006.
- [2] I. Danaila, F. Hecht and O. Pironneau. *Simulation numérique en C++*, Dunod, Paris, 2003.