

ATOMISATION PRIMAIRE DANS LES JETS COAXIAUX

Ph. MARMOTTANT^{a*} et E. VILLERMAUX^b

a LEGI-CNRS, Institut de Mécanique de Grenoble, B.P. 53X, 38041, Grenoble, France.
Télécopieur : 04 76 82 52 71 ; adresse électronique : philippe.marmottant@hmg.inpg.fr
b IRPHE, UMR 6594-CNRS / Universités d'Aix-Marseille I & II, Campus de Saint Jérôme,
Service 252, 13 397 Marseille, Cedex, France.

Résumé

L'atomisation primaire d'un jet liquide par un courant d'air coaxial est étudiée sur un dispositif expérimental eau-air qui produit un jet d'eau laminaire sur une section de sortie de 7,6 mm de diamètre et un courant d'air laminaire sur une couronne coaxiale de section égale. L'étape qui précède l'atomisation est le développement d'une instabilité interfaciale pilotée par la couche limite de cisaillement dans l'air. De cette instabilité résulte la propagation d'ondes amplifiées à la surface du jet. Les résultats de l'analyse de stabilité linéaire sont confortés par les mesures de longueur d'onde et de fréquence de passage des instabilités. Nous montrons ensuite comment la formation ultérieure de ligaments provenant des crêtes d'onde est due au passage de ces ondes sur la surface du jet. L'accélération de l'interface vers l'intérieur du jet produit en effet une nouvelle instabilité de type Rayleigh-Taylor qui donne naissance à une instabilité azimutale. Cette instabilité secondaire détermine la taille initiale des ligaments et des gouttes qui se forment à partir de ceux-ci. Les mesures de tailles de gouttes formées dans la région d'atomisation primaire sont mises en relation avec la taille des ligaments initiaux.

Mots-clés : atomisation ; instabilité ; ondes ; interface ; ligaments ; gouttes.

Abstract

We study the primary atomisation of a liquid jet by a coaxial gaz stream on a air-water experimental set-up. A laminar water jet exits out of a 7.6 mm diameter nozzle, surrounded by a coaxial air stream crown of equal area. The first stage before atomisation is the development of a shear instability of the interface, which is a function of the vorticity thickness of the air stream. It results in the propagation of amplified waves on the jet. The wavelength and frequency measurements of the waves are accounted for by a linear stability analysis. We then show how the liquid fingers formation out of the wave crests is due to the waves travelling on the jet. The interface acceleration towards jet center produces a secondary instability in the azimuthal plane, which is a Rayleigh-Taylor instability. This secondary instability fixes the initial finger size as well as the droplets resulting from this fingers. Droplets size measurements produced in the near field of primary atomisation are then compared to the initial size of the fingers.

Keywords : atomisation ; instability ; waves ; interface ; ligaments ; droplets.

* Correspondant principal

NOMENCLATURE

a_x	accélération longitudinale des crêtes d'onde
d_2	épaisseur du profil de vitesse gaz
e	épaisseur de la couronne de gaz en sortie
f	fréquence de passage des oscillations
k_i	taux de croissance spatial
r	taux de croissance temporel
u_1	vitesse du jet liquide
u_2	vitesse de la couronne de gaz
u_c	vitesse de groupe des oscillations
u_0	vitesse des oscillations par rapport au liquide ($= u_c - u_1$)
v_x	composante de la vitesse parallèle à l'axe du jet
v_y	composante de la vitesse orthogonale à l'axe du jet
M	rapport des flux de quantité de mouvement gaz sur liquide
D_1	diamètre du jet liquide
D_2	diamètre extérieur de la couronne gaz
D_{10}	diamètre moyen des gouttes
Re	nombre de Reynolds gaz associé à l'épaisseur de la couronne gaz ($= eu_2/v_2$)
We	nombre de Weber gaz associé à e ($= \rho_2 u_2^2 e / \sigma$)
$We_{\lambda_{//}}$	nombre de Weber gaz associé aux oscillations ($= \rho_2 u_2^2 \lambda_{//} / \sigma$)
We_{δ}	nombre de Weber gaz associé à l'épaisseur de vorticité ($= \rho_2 u_2^2 \delta / \sigma$)
β	constante seuil sur le développement des ligaments
δ	épaisseur de vorticité
$\lambda_{//}$	longueur d'onde de l'instabilité de cisaillement
λ_{\perp}	longueur d'onde de l'instabilité de Rayleigh-Taylor
v_2	viscosité cinématique du gaz
ρ_1	masse volumique du liquide
ρ_2	masse volumique du gaz
σ	tension de surface
ξ	diamètre des ligaments étirés

INTRODUCTION

Le mélange rapide d'une phase liquide et d'une phase gazeuse sous forme d'un spray destiné à la combustion est réalisée dans certains propulseurs grâce à des injecteurs coaxiaux liquide-gaz : il produisent un jet de liquide qui est cisailé par un jet de gaz rapide en couronne. On distingue deux étapes lors de la formation d'un spray à partir des phases injectées : l'atomisation primaire qui désigne la formation des gouttes à partir du jet, et l'atomisation secondaire qui désigne la fragmentation ultérieure des gouttes. L'atomisation secondaire a déjà

été étudiée dans le cas d'un injecteur coaxial (Lasheras *et al.* 1998), mais l'atomisation primaire reste un processus moins bien élucidé (voir l'article de Lasheras et Hopfinger 2000). Faragó et Chigier (1992) ont montré par l'analyse de photographies que la désintégration d'un jet liquide par un courant d'air rapide pouvait se dérouler selon trois modes distincts. Pour les faibles vitesses d'air le jet se fragmente selon une brisure de Rayleigh, pour les vitesses intermédiaires le jet gonfle des membranes qui explosent sous forme de petites gouttes, et pour de grandes vitesses d'air des ligaments sont épluchés de la surface du jet. Notre étude se place dans le cadre du troisième mode de désintégration. L'objectif de cet article est de présenter les observations effectuées sur un injecteur convergent qui produit un jet d'eau laminaire et une couronne d'air laminaire. Puis de proposer un mécanisme d'atomisation primaire rendant compte de ces observations.

La surface du jet sortant est le siège d'une instabilité de cisaillement qui produit des oscillations de la surface qui sont amplifiées. Cette instabilité est bien comprise (Villermaux 1998) et a été étudiée expérimentalement sur des installations de géométrie plane de façon extensive (Raynal 1997), par contre seules des mesures de fréquence des instabilités ont été réalisées dans le cas coaxial.

Dans un premier temps nous présentons donc une étude complète de l'instabilité de cisaillement générée par l'injecteur coaxial, pour de petites amplitudes. Comment ces oscillations de surface conduisent au détachement de gouttes ? C'est la question à laquelle nous nous efforcerons ensuite de répondre en mettant en évidence la croissance de ligaments de liquide à partir des oscillations, selon une instabilité secondaire de type Rayleigh-Taylor due à l'accélération de la surface par le passage des oscillations primaires (voir Rayleigh 1883, Taylor 1950 et Lewis 1950). Cette instabilité azimutale a déjà été observée sur l'implosion de cylindres (Legrand 1991). Nous présenterons enfin les mesures effectuées sur les gouttes directement issues de l'atomisation primaire.

EXPÉRIENCES ET RÉSULTATS

Dispositif expérimental

L'injecteur axisymétrique comprend une tuyère convergente qui produit le jet de liquide et une autre tuyère coaxiale convergente qui produit un jet annulaire de gaz (figure 1). La convergence des tuyères, qui induit une contraction des sections de 6,9 pour le jet liquide et de 6 pour le jet gaz, réduit le taux de turbulence et assure un écoulement plus laminaire. Les fluides que nous avons utilisés sont l'eau fournie par le réseau d'eau du laboratoire et l'air issu d'un circuit d'air comprimé. La vitesse débitante du jet liquide peut aller jusqu'à 3 m/s, et la vitesse du jet annulaire d'air jusqu'à 70 m/s.

Le dispositif qui permet la mesure de la fréquences de passage des instabilités le long du jet liquide utilise un faisceau laser orthogonal au

jet pointé de façon à éclairer tangentiellement la région interfaciale. Le passage des ondes de surface obscurcit le faisceau (dont le diamètre est de l'ordre du millimètre à cet endroit), ce qui se traduit par un signal sur une photodiode placée plus loin sur le trajet du faisceau. La position du faisceau est choisie de façon à frôler le jet le plus près possible de la sortie de l'injecteur. Nous obtenons ainsi un signal temporel duquel sont extraits les spectres de fréquence. Les mesures de taille et de vitesse sont effectuées par traitement d'images. Une caméra vidéo Sony 8500CE filme le jet derrière lequel est placé un écran diffuseur éclairé par une ou deux lampes flash à arc au Xénon (durée d'éclair de $5 \mu\text{s}$). Pour les mesures de vitesses les deux flashes sont déclenchés à des temps différents (dont l'écart est contrôlé) ce qui fait apparaître sur la même image le déplacement des objets. Les images (trames entrelacées) sont digitalisées sur 768 pixels de large par 256 pixels de haut puis traitées en utilisant le logiciel NIH Image.

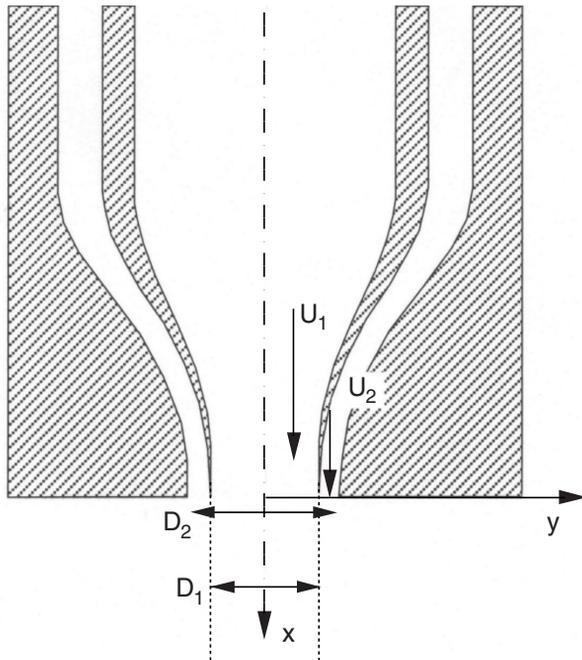


FIGURE 1 Schéma de l'injecteur : D_1 et D_2 sont les diamètres intérieurs et extérieurs de la couronne et e son épaisseur, u_1 et u_2 les vitesses des jets coaxiaux. $D_1 = 8 \text{ mm}$ et $D_2 = 11,4 \text{ mm}$, la lèvre qui sépare les deux jets est épaisse de $0,2 \text{ mm}$ en sortie.

Instabilité interfaciale

Le jet de gaz produit un fort cisaillement au niveau de l'interface. Ce cisaillement déclenche l'apparition d'une instabilité sous la forme d'une onde de surface axisymétrique amplifiée lors de sa propagation le long du jet. Nous avons étudié l'évolution de cette instabilité pour de petites amplitudes (qui seront décrites par une théorie de stabilité linéaire), en mesurant la fréquence, la longueur d'onde et le taux d'amplification de l'instabilité.

Fréquence, longueur d'onde et taux d'amplification des instabilités

Le spectre en fréquence du signal temporel issu de la photodiode met en évidence la fréquence prépondérante dans le signal, celle du passage des structures le long du jet. Les mesures de cette fréquence en fonction de la vitesse d'air sont présentées figure 2.

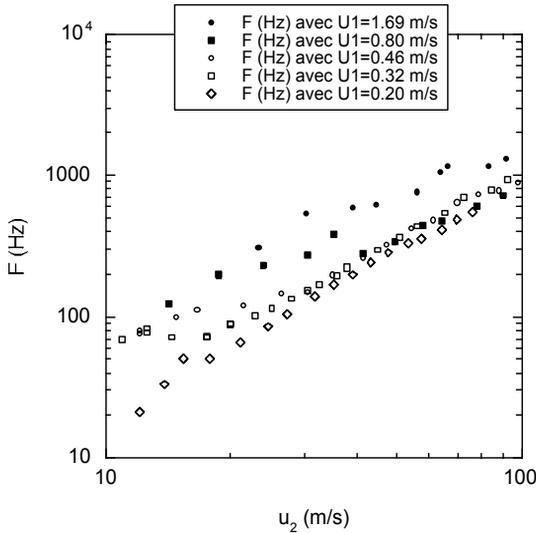


FIGURE 2 Fréquence de passage des instabilités en fonction de la vitesse u_2 du gaz, pour différentes vitesses d'eau.

Sur des images instantanées (telle que celle de la figure 3) la longueur d'onde apparaît clairement. La longueur d'onde décroît avec la vitesse d'air selon une loi en $u_2^{-1/2}$ (figure 4).

Quant à l'amplitude des oscillations, elle est aussi obtenue sur des images instantanées du contour du jet (figure 5). L'on obtient une quantité proportionnelle à l'amplitude en prenant l'écart-type σ des différentes positions y_i de la surface à une distance x de l'injecteur donnée : $\sigma(x) = \langle (y_i - \langle y_i \rangle)^2 \rangle^{1/2}$, où $\langle \cdot \rangle$ est la moyenne sur les indices i . Ce qui donne la croissance spatiale des oscillations pour différentes

vitesses d'air (figure 6). Les oscillations présentent une croissance exponentielle juste à la sortie de l'injecteur puis saturent. Le taux de croissance spatial de l'instabilité peut alors être déterminé dans cette partie de croissance exponentielle en fonction de la vitesse d'air.



FIGURE 3 Image instantanée du jet sur laquelle on mesure la longueur d'onde de l'instabilité ($u_1 = 0,45$ m/s, $u_2 = 16,3$ m/s).

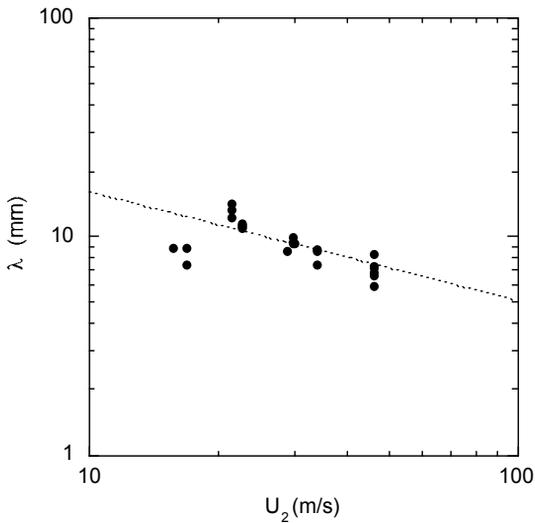


FIGURE 4 Longueur d'onde des instabilités en fonction de la vitesse de gaz ($u_1 = 0,94$ m/s). Trait pointillé : pente $-1/2$.

ATOMISATION PRIMAIRE

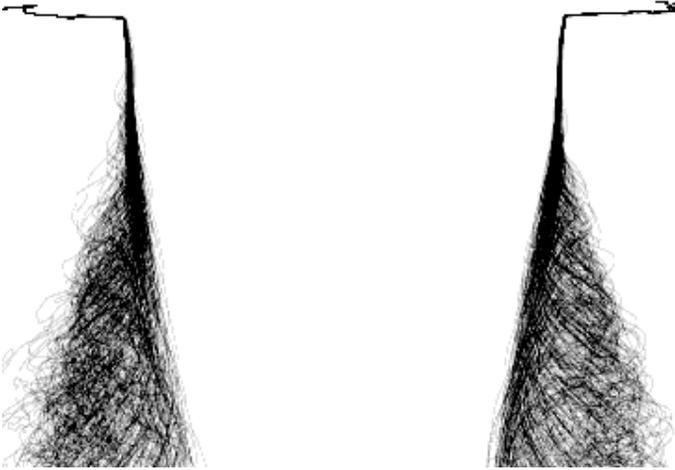


FIGURE 5 Superposition de 256 contours de la surface du jet, montrant la croissance des oscillations qui se propagent vers le bas ($u_1 = 0,94$ m/s, $u_2 = 33$ m/s).

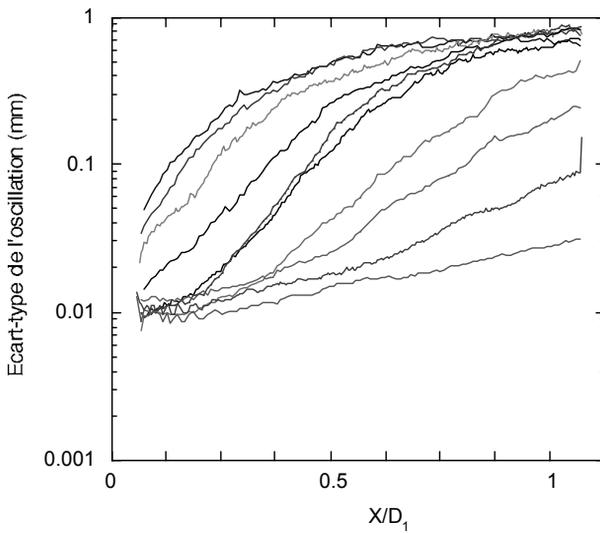


FIGURE 6 Écart type des oscillations en fonction de la distance de sortie x . Vitesses d'air de bas en haut : 18, 21, 25, 27, 29, 30, 33, 38, 48, 57 m/s.

Par contre, la mesure de la vitesse de groupe des oscillations est difficilement réalisable : les oscillations sont fortement amplifiées et déformées lors de leur advection et nous n'avons pas pu suivre les structures par la méthode d'imagerie par flashes, qui n'autorise que le suivi des crêtes des structures.

Épaisseur de vorticité

Sur un dispositif créant un courant liquide et un courant gazeux séparés par une interface plane, il avait été montré par Raynal (1997) que l'épaisseur de la couche limite gazeuse sur la paroi de séparation du gaz et du liquide, en sortie d'injecteur, déterminait les paramètres de l'instabilité. Sur notre installation coaxiale, des mesures réalisées par la technique de vélocimétrie à fil chaud (le fil étant situé à une distance de 1 mm en sortie d'injecteur) permettent de reconstituer le profil de la vitesse d'air sur un rayon de la couronne, avec une vitesse de jet liquide nulle (figure 7). On définit l'épaisseur de vorticité δ de la couche limite par :

$$\delta = \frac{U_{max} - U_{min}}{\left. \frac{dU}{dy} \right|_{max}} \quad (1)$$

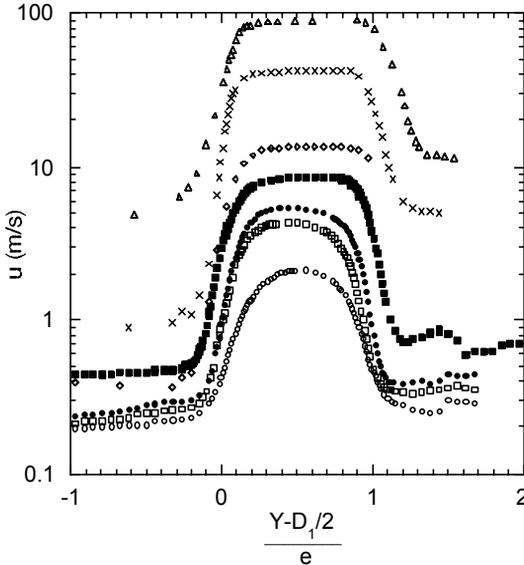


FIGURE 7 Profils de vitesse (échelle logarithmique) dans la couronne d'air en fonction du rayon, sans jet de liquide. Vitesses d'air maximales de 2,1 ; 4,3 ; 5,4 ; 8,7 ; 14 ; 42 et 90 m/s.

Les mesures effectuées avec différents débits d'air montrent que δ est inversement proportionnelle au nombre de Reynolds $Re = \frac{eu_2}{\nu_2}$ construit à l'aide de l'épaisseur e de la couronne (figure 8) – ce qui est un résultat classique de la couche limite laminaire – et que l'épaisseur de vorticité suit la relation :

$$\frac{\delta}{e} = \frac{5,6}{\sqrt{Re}} \quad . \quad (2)$$

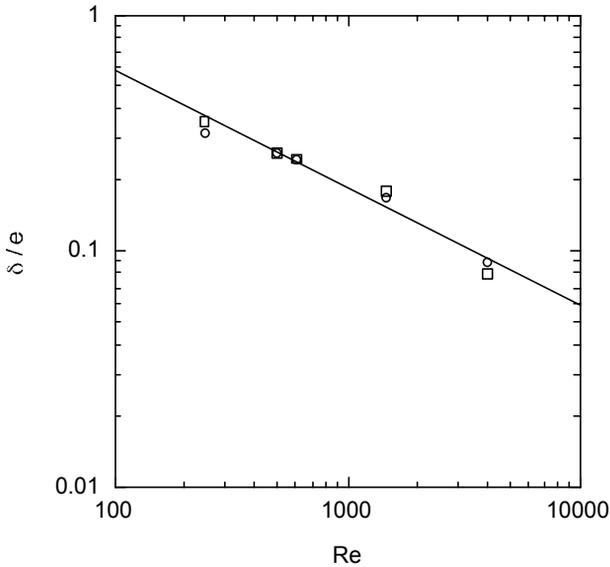


FIGURE 8 épaisseur de vorticité adimensionnée par l'épaisseur de l'entrefer en fonction du nombre de Reynolds $Re = eu_{max} / \nu^2$. Cercles :  paisseur de la couche intérieure touchant le jet, carrés :  paisseur de la couche extérieure, ligne : $5,6 Re^{-1/2}$.

MESURES CINÉMATIQUES ET MORPHOLOGIQUES SUR L'ÉVOLUTION DE L'INSTABILITÉ

Les oscillations du rayon du jet, sensiblement sinusoïdales pour de faibles amplitudes, changent de forme au cours de leur amplification. L'oscillation se concentre autour de la crête, qui est accélérée par le courant d'air, et de laquelle surgissent des ligaments liquides (figure 9).

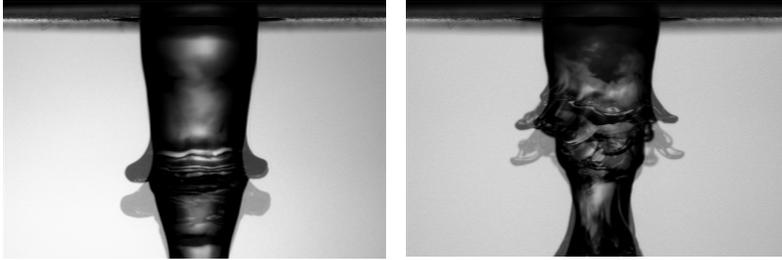


FIGURE 9 Double flashes. Photo de gauche $u_1 = 0,45$ m/s, $u_2 = 19$ m/s, $\Delta t = 2$ ms. Photo de droite $u_1 = 0,45$ m/s, $u_2 = 25$ m/s, $\Delta t = 1$.

Vitesse des crêtes d'onde, ligaments

Lorsque les flashes sont actionnés à des temps différents, deux structures, décalées dans le temps de Δt , sont superposées sur la même image. Le déplacement des crêtes des oscillations d'une position x_1 à une position x_2 est alors visible, ce qui permet de calculer un vecteur vitesse moyen $v_x = (x_2 - x_1)/\Delta t$ en fonction de x_1 (figure 10). Il apparaît que la différence entre la vitesse des crêtes et celle du jet, $v_x - u_1$, croît linéairement avec la distance. Les crêtes sont en effet étirées par le courant d'air rapide et forment des ligaments qui se développent dans l'axe du jet (figure 11).

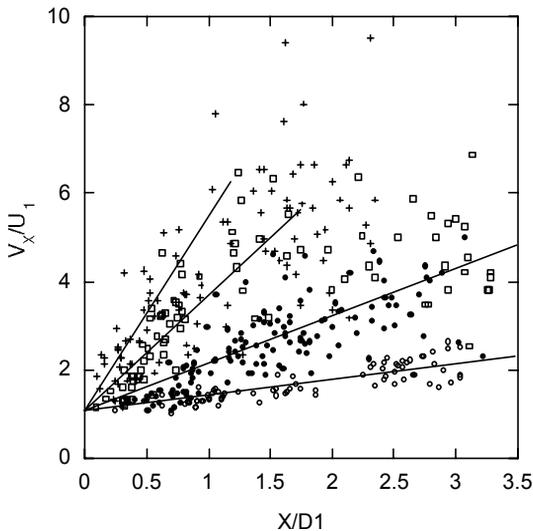


FIGURE 10 Vitesse axiale des structures déterminée par double flash, adimensionnée par une vitesse de liquide de $u_1 = 0,94$ m/s et des vitesses de gaz de 21 (cercles vides), 28 (cercles pleins), 34 (carrés vides) et 42 m/s (croix). La vitesse croît linéairement à partir de la vitesse du liquide.

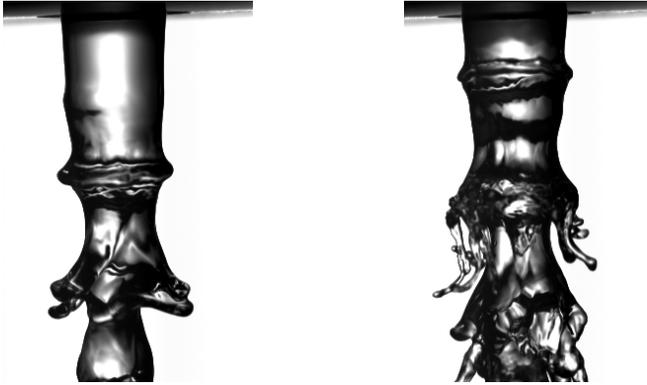


FIGURE 11 Images de ligaments ($u_1 = 0,71$ m/s, image de gauche $u_2 = 24$ m/s, image de droite $u_2 = 27$ m/s).

Mesures du nombre de ligament

Les ligaments visibles par ombroscopie sont ceux qui ne sont pas cachés par le jet liquide. Le comptage de ces ligaments donne donc une fraction (d'environ 3/4) du nombre total des ligaments répartis autour d'une crête. Des séries de mesures effectuées pour différentes vitesses d'air montrent que le nombre de ligaments autour d'une oscillation augmente avec la vitesse d'air et tend à devenir proportionnel à la vitesse. Ceci indique que la taille transversale des ligaments, exprimée par $\pi D_1/n$ si n ligaments sont régulièrement disposés autour du jet, est inversement proportionnelle à la vitesse d'air aux grandes vitesses (figure 12).

Diamètre des ligaments étirés et brisure

Le diamètre d'un ligament diminue alors qu'il est étiré dans le courant d'air. Le ligament se brise ensuite linéairement : l'extrémité produit une boule de taille sensiblement constante (figure 13), alors que le reste du ligament se fractionne en plusieurs endroits de manière apparemment aléatoire, ce qui produit une large distribution de taille de gouttes (figure 14).

Nous avons mesuré sur des images instantanées le diamètre du ligament et de la gouttelette issue de l'extrémité, juste après la brisure, lorsque la gouttelette est encore très proche du ligament (figure 15). Le diamètre du ligament décroît très vite avec la vitesse de gaz, et la goutte éjectée est en moyenne 2 fois plus large que le ligament.

L'atomisation primaire se produit donc par un mécanisme de fragmentation des ligaments. Les gouttes issues de la brisure des ligaments sont ensuite entraînées dans l'écoulement.

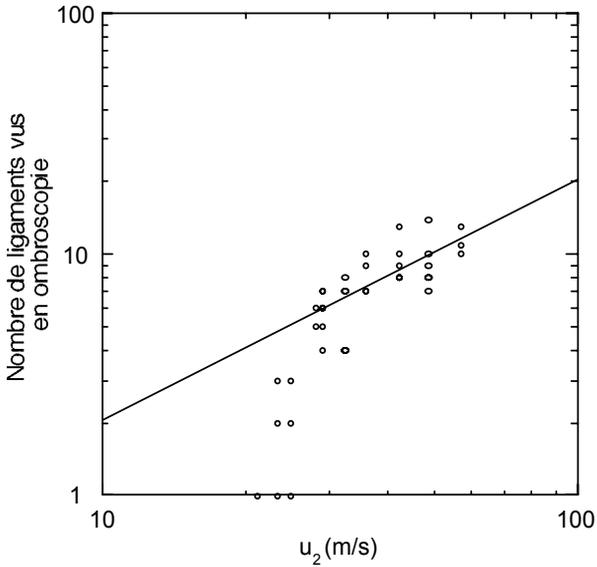


FIGURE 12 Nombre de doigts mesurés en ombroscopie en fonction de la vitesse d'air pour une vitesse liquide de 0,94 m/s. La droite indique une pente 1.

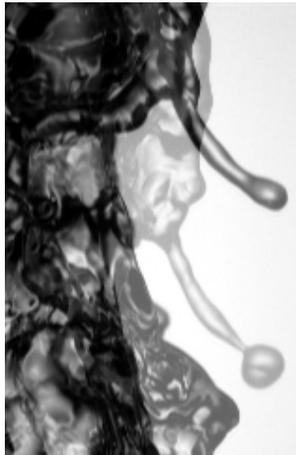


FIGURE 13 Formation d'une goutte au bout d'un ligament sur une image exposée deux fois, à deux temps séparés de 2 ms. Le haut de l'image est à 22 mm de la sortie de l'injecteur, la hauteur de l'image est de 15 mm. $u_1 = 0,94$ m/s et $u_2 = 24$ m/s.



FIGURE 14 Formation de gouttes à partir d'un ligament $u_1 = 0,71$ m/s et $u_2 = 25$ m/s, la hauteur de l'image est de 20 mm.

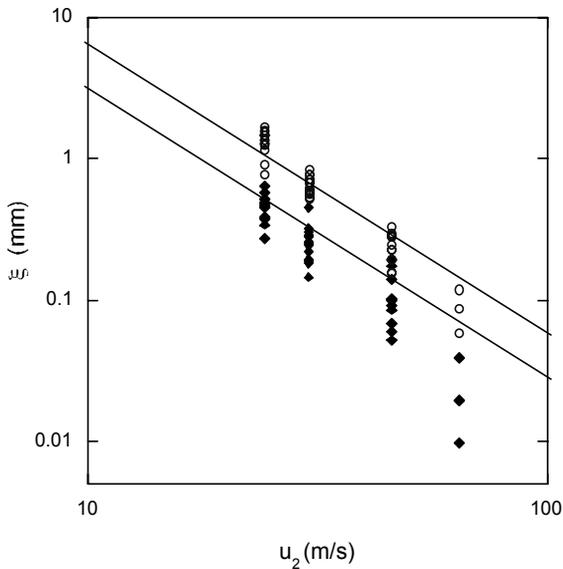


FIGURE 15 Diamètre ξ des ligaments (losanges) et de la goutte issue de son extrémité (cercles) mesuré juste après la brisure en fonction de la vitesse d'air. Lignes : droite montrant une prédiction en u_2^{-2} . Le diamètre des gouttes est en moyenne 2 fois plus grand que le diamètre du ligament.

GOUTTES ISSUES DE LA BRISURE PRIMAIRE

Volume total des gouttes emportées

L'identification des gouttes issues de la brisure d'un ligament par double flashage (lorsque sur une image on voit le ligament avant et après brisure), permet d'estimer le volume initial du ligament avant brisure (figure 16). Le volume est obtenu en sommant les volumes des gouttes qui ont été estimés d'après leur surface sur l'image (figure 17).



FIGURE 16 Brisure totale d'un ligament.

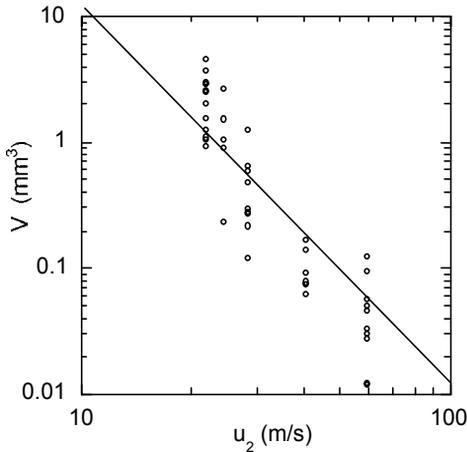


FIGURE 17 Volume du ligament avant brisure estimé d'après les gouttes issues de la brisure. Ligne : régression avec une courbe en u_2^{-3} .

Vitesse des gouttes arrachées

La vitesse des gouttes est mesurée par la technique du double éclair, ce qui permet de connaître le déplacement des gouttes et donc d'en déduire un vecteur vitesse moyen. Les vitesses observées sont les projections de vecteurs vitesses sur le plan de l'image, qui contient l'axe du jet. Un vecteur vitesse a pour composantes (v_x, v_r, ϕ) en coordonnées cylindriques autour de l'axe du jet orienté vers le bas. Sur l'image, la projection de ce vecteur vitesse donne deux composantes v_x et v_y , avec $v_y = v_r \cos \phi$, la composante radiale est donc projetée. Les vitesses v_y mesurées sont alors toujours inférieures à la vitesse radiale v_r , tout comme la distance à l'axe est $y = r \cos \phi$ inférieure à la distance radiale r à l'axe.

Une fois détachées les gouttes sont moins accélérées : leur rapport surface sur volume est en effet moindre que celui des ligaments, et pour la même masse offrent moins de résistance dans le courant d'air (voir v_x figure 18). Les gouttes formées sont tout d'abord entrainées dans l'axe du jet puis s'en écartent comme le montrent les mesures de vitesse perpendiculaire v_y en fonction de la distance à l'axe y : le maximum de v_y (qui indique v_r), croît avec le maximum de y (qui indique r) (figure 19). De même, l'angle que fait la vitesse projetée sur l'image avec l'axe du jet croît avec la distance (figure 20). Les gouttes se forment à l'extrémité des ligaments étirés dans l'axe du jet puis deviennent sensibles, au moins pour certaines d'entre elles, aux mouvements radiaux dans le jet gazeux extérieur.

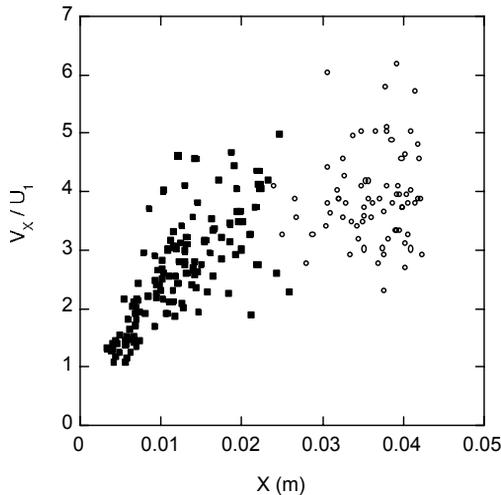


FIGURE 18 Vitesse longitudinale v_x des crêtes des structures (carrés pleins) et des gouttes détachées (cercles vides) en fonction de la distance de sortie adimensionnée par le diamètre du jet ($u_1 = 0,94 \text{ m/s}$ et $u_2 = 28 \text{ m/s}$).

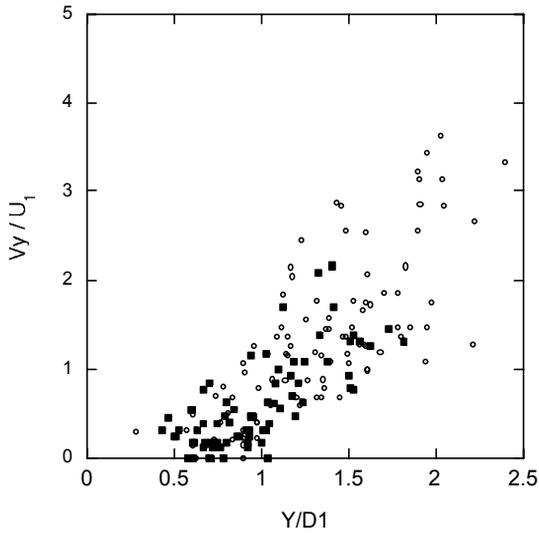


FIGURE 19 Vitesse v_y des gouttes adimensionnée par la vitesse u_1 en fonction de leur distance à l'axe Y/D_1 adimensionnée par le diamètre du jet, pour deux vitesses d'air : $u_2 = 28$ m/s (carrés pleins), $u_2 = 38$ m/s (cercles vides). Vitesse de jet d'eau $u_1 = 0,94$ m/s.

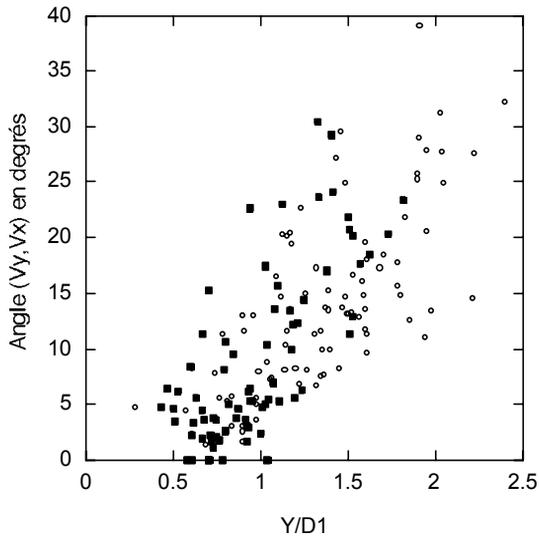


FIGURE 20 Angle que fait le vecteur vitesse projeté avec l'axe du jet, en fonction de la distance adimensionnée à l'axe. Mêmes symboles que la figure précédente.

Distribution des tailles des gouttes

Nous avons mesuré les tailles des gouttes au voisinage du jet d'eau, à quelques diamètres de jet de la sortie, par le traitement d'un grand nombre d'images de gouttes figées par un éclair de flash. Une faible profondeur de champ optique met en évidence la distance des gouttes au plan focal image : le contour des gouttes devient de plus en plus flou avec cette distance et le gradient d'intensité de l'image sur le contour diminue (Image 1 de la figure 21). Le calcul du gradient d'intensité autour de chaque pixel fait apparaître les contours (Image 2). Les gouttes qui sont au-delà d'une certaine distance sont éliminées en imposant un seuil minimum sur le gradient d'intensité du contour (Image 3). Ne sont retenues que les gouttes dont tout le contour est suffisamment net, et qui ne touchent pas le cadre (Image 4).

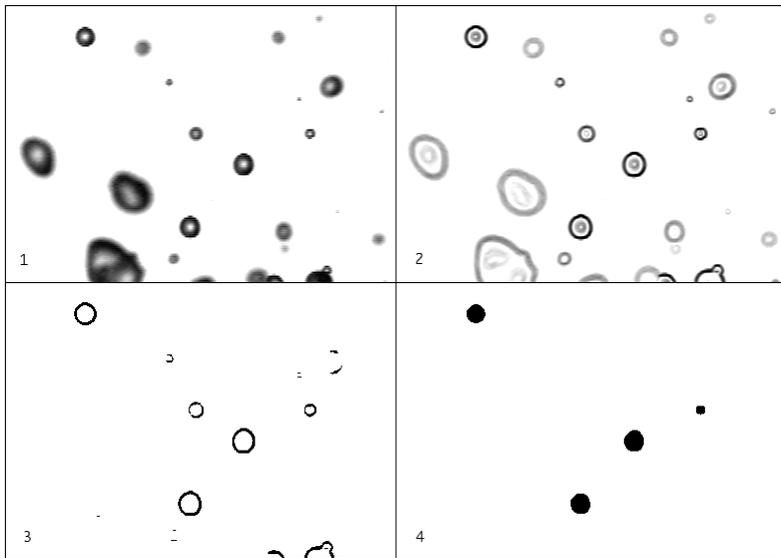


FIGURE 21 Détail des opérations d'élimination des gouttes floues et d'extraction de la surface projetée des gouttes. Image 1 : image d'origine. Image 2 : Gradient d'intensité en chaque pixel. Image 3 : seuil inférieur sur le gradient. Image 4 : élimination des contours non fermés ou touchant le bord et affichage de la surface.

L'image initiale est la projection de l'objet sur le plan focal selon l'axe de visée : des disques, des boules pleines donnent donc le même contour que des gouttes si l'on suppose que l'on n'est pas trop près. Le contour image et ainsi la taille image ne dépendent pas de la profondeur de l'objet, seul compte la position de son contour dans l'espace (ligne composée des points de la surface de l'objet où l'axe de visée y est tangent).

En prenant une série d'images d'une bille d'acier de taille millimétrique (pour simuler une goutte) à différentes distances du plan focal, on obtient la relation entre la distance au plan focal et le gradient d'intensité du contour (figure 22). Le seuil sur le gradient revient donc à ne sélectionner que les gouttes qui sont en deçà d'une distance déterminée du plan focal. La fenêtre d'observation des gouttes est ainsi bien délimitée dans l'espace, tant en largeur et en hauteur qu'en profondeur, dimensions qui sont de l'ordre du millimètre.

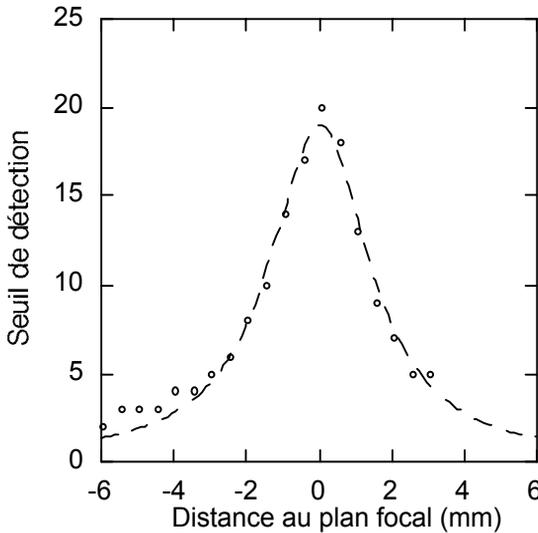


FIGURE 22 Intensité du gradient sur le contour de l'image d'une bille de 4,75 mm de diamètre en fonction de la défocalisation. L'intensité mesurée (cercles) est la valeur minimale sur tout le contour qui permet une détection : un seuil sur le gradient fait apparaître un contour fermé. En pointillés une régression de type lorentzien.

Pour vérifier que l'intensité du gradient ne dépend pas du rayon de courbure de l'image de la gouttelette, et que donc notre algorithme n'introduit pas de biais sur les tailles, nous avons testé notre calcul du gradient d'intensité sur les images théoriques de disques opaques de différents diamètres (figure 23) pour une défocalisation donnée, ici une tache de flou dont le diamètre (5 pixels) est le dixième de celui de la plus grande bille (50 pixels). Il existe en effet une expression analytique donnant l'image d'un disque opaque en fonction du rapport entre diamètre de la tache de flou et du disque (Bongiovanni, 1996). L'intensité du gradient au niveau du contour des disques est identique pour tous les diamètres lorsque ceux-ci sont d'au moins 6 pixels, en dessous la tache de flou devient aussi grande que le disque et diminue fortement le contraste.

ATOMISATION PRIMAIRE

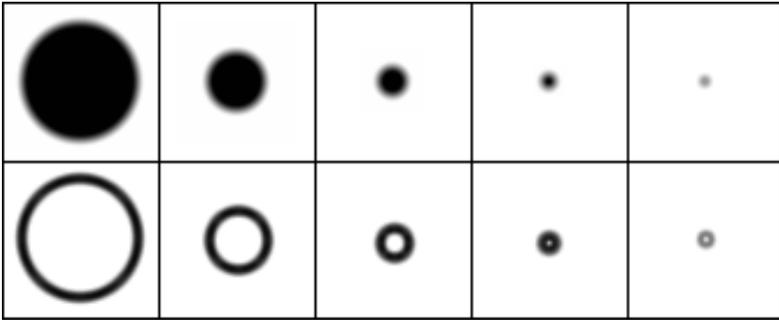


FIGURE 23 Image théorique de disques opaques (haut) et calcul du gradient d'intensité (bas), diamètres de 50, 25, 12, 6, 3 pixels. Au-dessus de 3 pixels l'intensité du gradient ne dépend pas du diamètre.

L'analyse des images nous donne l'aire projetée S des gouttes observées. Les gouttes ne sont pas nécessairement sphériques mais on peut déduire de leur surface un diamètre équivalent D tel que $S = \pi D^2/4$. L'histogramme des diamètres de gouttes permet de tracer la densité de probabilité $p(D)$ du diamètre (figure 24). Sur cette distribution on calcule le diamètre moyen

$$D_{10} = \int D_p(D)dD / \int p(D)dD.$$

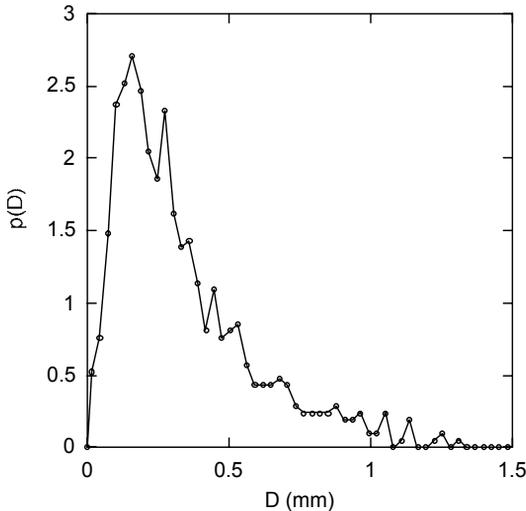


FIGURE 24 Densité de probabilité des diamètres de gouttes. $D_{10} = 0,30$ mm. Réalisé à partir d'images d'échelle telle que 10 pixels = 0,18 mm.

La forme de la distribution dépend du seuil choisi sur le gradient d'intensité du contour en ce qui concerne les petites gouttes (exemple figure 25). S'il est choisi de façon à ne sélectionner que les gouttes très nettes alors les petites gouttes ne sont pas toutes prises en compte car moins bien résolues (le gradient d'intensité du contour paraît plus faible) : on surestime le diamètre moyen. Si l'on n'impose pas de critère de netteté alors le traitement d'image est sensible au bruit de fond et détecte des petites gouttes qui n'existent pas : on sous-estime le diamètre moyen. Le diamètre moyen des gouttes est donc compris entre ces deux bornes. Ce problème n'affecte pas les gouttes dont le diamètre en pixels est supérieur à une dizaine de pixels : la solution est donc d'imposer le grossissement le plus élevé possible. Dans nos expériences, nous avons toujours fait en sorte que le maximum de la distribution des diamètres corresponde à un diamètre supérieur à 10 pixels.

Le diamètre moyen D_{10} en fonction de la vitesse d'air u_2 a été mesuré avec deux vitesses de jet d'eau et ne semble pas dépendre de la vitesse d'eau (figure 26).

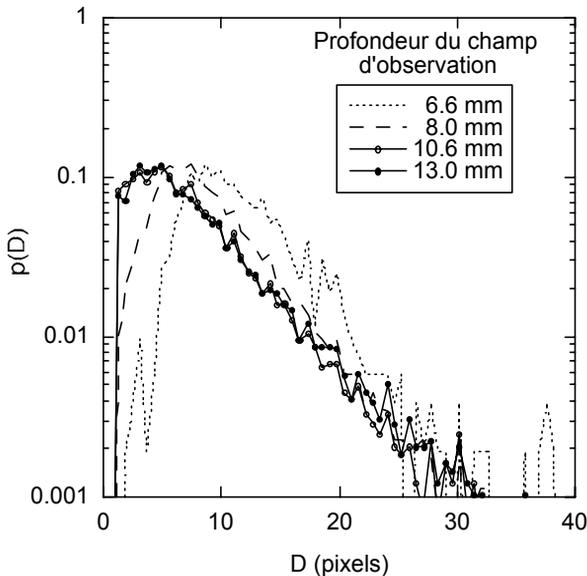


FIGURE 25 Distribution des diamètres de gouttes pour différents seuils sur la netteté, correspondant à différentes profondeurs de champ. Échelle : 10 pixels = 0,3 mm. Taille de la fenêtre d'observation sur laquelle les gouttes ont été comptées : 12 mm de large pour 8 mm de hauteur. Vitesses eau et air de $u_1 = 0,94$ m/s et $u_2 = 38,8$ m/s.

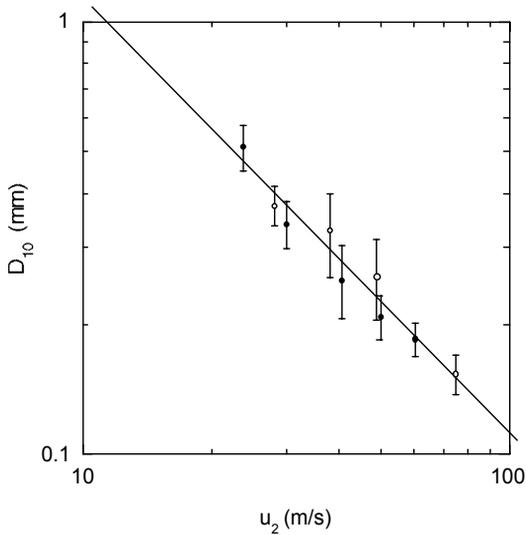


FIGURE 26 Diamètre moyen des gouttes observées près du jet en fonction de la vitesse d'air u_2 . Cercles pleins : $u_1 = 0,45$ m/s, cercles vides : $u_1 = 0,94$ m/s. Maximum des barres d'erreur : diamètre moyen pour lequel seules les gouttes les plus nettes sont sélectionnées par le traitement d'image, minimum de la barre d'erreur : toutes les gouttes sont sélectionnées. Ligne : droite de pente -1 .

MODÈLES

Dans la partie précédente nous avons détaillé les observations des différentes étapes du processus de formation de gouttes à partir d'un jet cylindrique : apparition d'oscillations longitudinales, puis transversales, étirement de ligaments à partir des crêtes, fragmentation de ces ligaments. Nous allons à présent proposer une modélisation de l'écoulement capable de fournir des prédictions tant qualitatives que quantitatives sur les phénomènes que nous avons observés.

Déstabilisation primaire, théorie d'instabilité linéaire

À la sortie de l'injecteur le jet d'eau et la couronne d'air présentent une couche limite due au frottement avec les parois de l'injecteur. Ces couches limites sont laminaires car le taux de turbulence est fortement réduit par la convergence de induite par le profil de l'injecteur. Les deux couches limites se juxtaposent en sortie d'injecteur à la surface du jet et génèrent l'instabilité de cisaillement, mais l'incidence de la couche limite de l'eau sur la croissance des oscillations de surface est négligeable par rapport à celle de l'air (voir Raynal, 1997). La modélisation de l'écoulement initial inclut donc seulement une couche

limite dans l'air, sous la forme d'un profil de vitesse linéaire. La vitesse de l'air passe de la valeur u_1 sur l'interface, à la valeur u_2 à l'altitude $y = d_2$ (figure 27).

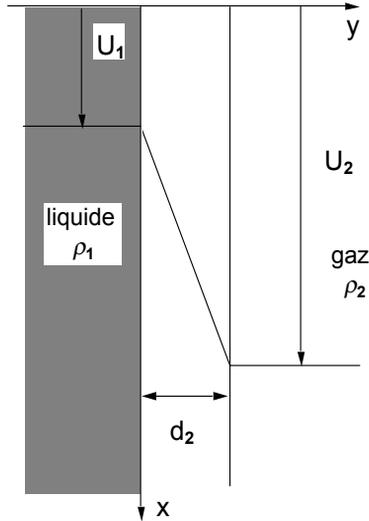


FIGURE 27 Profil de vitesse utilisé dans l'analyse de stabilité linéaire.

L'analyse de stabilité linéaire est conduite sur des oscillations de surface de la forme $\eta \sim \exp(ikx - i\omega t + rt)$, avec $k = 2\pi/\lambda_{//}$ le vecteur d'onde associé à la longueur d'onde $\lambda_{//}$, ω la pulsation et r le taux de croissance temporel. Les résultats de l'analyse de stabilité pour une surface plane sont les suivants :

– longueur d'onde $\lambda_{//}$ des oscillations les plus amplifiées :

$$\lambda_{//} \approx \frac{2\pi}{1,5} \left(\frac{\rho_1}{\rho_2} \right)^{1/2} d_2, \quad (3)$$

– taux de croissance temporel r :

$$r \approx \frac{\rho_2 u_2}{\rho_1 u_1}, \quad (4)$$

– vitesse de groupe $u_c = d\omega/dk$:

$$u_c \approx \frac{\sqrt{\rho_1} u_1 + \sqrt{\rho_2} u_2}{\sqrt{\rho_1} + \sqrt{\rho_2}}. \quad (5)$$

D'où la fréquence de passage f des instabilités à une abscisse donnée :

$$f = \frac{u_c}{\lambda_{//}} \approx \frac{1,5}{2\pi} \left(\frac{\rho_2}{\rho_1} \right)^{1/2} \frac{u_c}{d_2} . \quad (6)$$

Dans le cas d'une interface plane la modélisation du profil de vitesse par une rampe d'épaisseur $d_2 = \delta$ donnait des fréquences, vitesses de groupe et taux de croissance d'instabilité en bon accord avec les résultats expérimentaux (Raynal, 1997). Avec une géométrie coaxiale, nous allons voir que la modélisation donne de très bons résultats si l'on utilise un profil linéaire d'épaisseur plus petite que l'épaisseur de vorticité mesurée. Pour étayer cette affirmation nous avons donc mesuré sur notre dispositif expérimental tous les paramètres de l'instabilité : fréquence, longueur d'onde, et taux de croissance.

La fréquence est bien proportionnelle à u_c/δ : une bonne interpolation est $f = 19,5 \times 10^{-3} u_c/\delta$ (figure 28). La prévision théorique de l'équation (6) donne une fréquence égale à $8,3 \times 10^{-3} u_c/\delta$: l'analyse de stabilité linéaire est correcte si l'on pose :

$$d_2 = 0,4\delta . \quad (7)$$

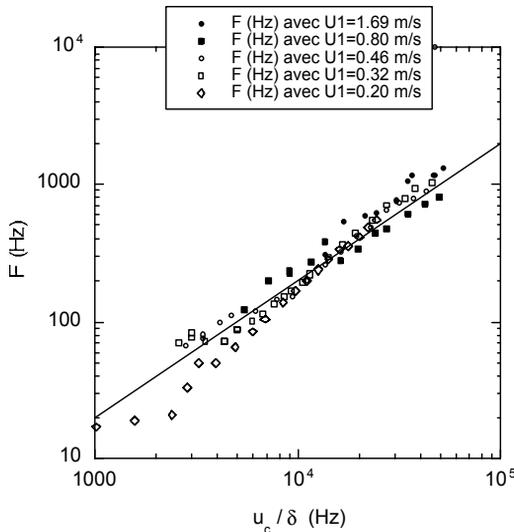


FIGURE 28 Fréquence de passage des instabilités en fonction de u_c / δ , pour différentes vitesses d'eau. Ligne : $19,5 \times 10^{-3} u_c / \delta$.

Pourquoi cette différence avec les résultats d'une installation de géométrie plane ? Le profil utilisé pour l'analyse de stabilité n'a pas exactement la forme de celui observé (la vorticité n'est pas constante

sur l'épaisseur de la couche, mais varie continûment, voir figure 7), d'où une prévision qui est valide en terme de dépendance aux paramètres pertinents de l'écoulement mais qui ne donne pas forcément les bons facteurs de proportionnalité. De plus la courbure du jet n'est pas prise en compte dans ce modèle.

De même, la longueur d'onde mesurée est bien proportionnelle à l'épaisseur de vorticité δ , mais avec un facteur différent de la prédiction de l'équation (3) où l'on aurait posé $\delta = d_2$ (figure 4). Ce facteur est de l'ordre de 0,4 et c'est le même facteur qui intervenait précédemment pour les fréquences : là aussi le modèle est quantitativement correct lorsque l'on pose $d_2 = 0,4\delta$.

L'analyse de stabilité linéaire fournit le taux de croissance temporel (Éq. 4), or il se trouve que le taux de croissance spatial k_i est lié au taux de croissance temporel r par la relation de Gaster (1962), dans le cas où $k_i \lambda_{//} \ll 1$:

$$k_i = \frac{r}{u_c} = \frac{\rho_2 u_2}{\rho_1 u_c} \frac{1}{d_2} \quad (8)$$

En utilisant les résultats de l'analyse de stabilité linéaire, il vient $k_i \lambda_{//} = 4p/3 \times \sqrt{M}/(\sqrt{M} + 1)$ avec $M = \frac{\rho_2 u_2^2}{\rho_1 u_1^2}$ rapport des flux de quantité de mouvement. La transformation de Gaster n'est donc valable que pour de petites valeurs de M . Les taux de croissance mesurés sont en accord avec le modèle (incluant $d_2 = 0,4\delta$) pour les petites valeurs de u_2 donc de M (figure 29).

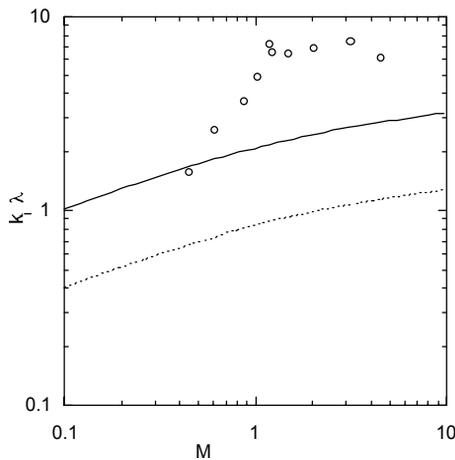


FIGURE 29 Taux de croissance initial de l'instabilité déterminé d'après les mesures présentées figure 6 en fonction de M , rapport des flux de quantité de mouvement $\rho_1 u_1^2$ et $\rho_2 u_2^2$. Mesures (cercles), prédiction avec $d_2 = 0,4\delta$ (ligne), prédiction supposant $d_2 = \delta$ (ligne en pointillés).

Pour de plus grandes valeurs de u_2 le taux de croissance observé est par contre supérieur : la transformation de Gaster n'est en effet plus valable.

Quant aux mesures de la vitesse de déplacement des crêtes d'onde elles ne mettent pas en évidence la vitesse de groupe u_c qui est indépendante de x , mais montrent une croissance de la vitesse des crêtes (figure 10). La vitesse des crêtes d'onde n'est pas celle donnée par u_c car l'on ne suit pas le paquet d'onde d'une structure (d'une « vague ») : la crête est accélérée par rapport à la vague elle-même.

ORIGINE ET ACCÉLÉRATION DES LIGAMENTS

Instabilité secondaire transversale

L'oscillation primaire est le siège d'une seconde instabilité. Cette instabilité engendre des oscillations transversales (ou azimutales) de l'oscillation primaire. En effet, le passage d'une onde à la surface du jet accélère la surface et crée une instabilité de type Rayleigh-Taylor lorsque l'accélération de la surface est dirigée vers le liquide (Taylor 1950). Ces oscillations transversales donnent à leur tour naissance à des ligaments : c'est l'extrémité de ces ligaments qui était observée lors des mesures de vitesse précédentes. Les ligaments sont en effet accélérés dans les sens du jet et vont donc plus vite que la structure principale (figure 11).

Nous allons étudier cette instabilité créée par le passage d'une onde de longueur d'onde $\lambda_{//}$ et de vitesse $u_0 = u_c - u_1$ par rapport au liquide. Nous ferons deux simplifications pour le calcul : premièrement nous prendrons une oscillation sinusoidale d'amplitude constante a , deuxièmement nous supposerons que l'interface est plane. L'altitude de la surface par rapport à la position repos et son accélération sont :

$$\eta = a \sin \left(\frac{2\pi}{\lambda_{//}} (u_0 t - x) \right), \quad (9)$$

$$\frac{d^2\eta}{dt^2} = -a \left(\frac{2\pi}{\lambda_{//}} u_0 \right)^2 \sin \left(\frac{2\pi}{\lambda_{//}} (u_0 t - x) \right), \quad (10)$$

L'accélération maximale vue par le liquide dans son référentiel est donc $g_{max} = a (2\pi u_0 / \lambda_{//})^2$.

Si l'on considère une petite fluctuation transversale $b_0 \exp(2ikz)$ (Oz est l'axe orthogonal à la direction de propagation de l'onde) elle est amplifiée avec le taux de croissance de l'instabilité de Rayleigh-Taylor, soit (Chandrasekhar, 1961) :

$$s = \left(\frac{2}{3\sqrt{3}} \right)^{1/2} \left(\frac{\rho_1 g^3}{\sigma} \right)^{1/4}, \quad (11)$$

où $g = -d^2\eta/dt^2$ est l'accélération de l'interface vers le liquide. Pendant le temps dt l'amplitude b de la perturbation (initialement $b = b_0$) varie de : $db = bs(t)dt$. Donc pendant la demi-période $T/2 = \lambda_{//} / 2u_0$ qui voit une accélération dirigée vers le liquide, la perturbation a crû de :

$$b_1 = b_0 \exp \int_0^{T/2} s(t)dt, \quad (12)$$

et d'après les équations (10) et (11) :

$$\int_0^{T/2} s(t)dt = \frac{2\pi^2}{\sqrt{3\sqrt{3}}} \frac{\Gamma(7/8)}{\Gamma(11/8)} We_{\lambda_{//}}^{-1/4} \left(\frac{\alpha}{\lambda_{//}} \right)^{1/4}, \quad (13)$$

Avec $We_{\lambda_{//}} = \frac{\rho_1 u_0^2 \lambda_{//}}{\sigma}$.

Sachant que $u_0 \simeq \sqrt{\rho_1/\rho_2} u_2$ car $\rho_2 \ll \rho_1$, il s'ensuit : $We_{\lambda_{//}} \simeq \frac{\rho_2 u_2^2 \lambda_{//}}{\sigma}$, qui est le nombre de Weber défini avec l'inertie du gaz et la tension capillaire d'une surface de rayon de courbure $\lambda_{//}$. Lorsque l'amplification est suffisamment forte elle crée des ondulations transversales non linéaires qui se transforment en ligaments. Cette condition d'amplification est réalisée lorsque b_1 est supérieur à une valeur seuil b_s , qui est inconnue ici. La condition de développement de ligaments s'écrit :

$$\int_0^{T/2} s(t)dt > \ln \left(\frac{b_s}{b_0} \right), \quad (14)$$

qui s'exprime avec la valeur de l'amplitude de l'onde principale :

$$\frac{\alpha}{\lambda_{//}} > \beta We_{\lambda_{//}}^{-1/3}, \quad (15)$$

avec $\beta \simeq 0.0428 \ln^{4/3}(b_s/b_0)$ après intégration numérique. La longueur d'onde de l'instabilité de Rayleigh-Taylor est :

$$\lambda_{\perp} = 2\pi \sqrt{\frac{3\sigma}{\rho_1 g_{\max}}}, \quad (16)$$

donc la longueur d'onde de l'instabilité transversale est :

$$\frac{\lambda_{\perp}}{\lambda_{//}} = \sqrt{3} We_{\lambda_{//}}^{-1/2} \left(\frac{\alpha}{\lambda_{//}} \right)^{-1/2}. \quad (17)$$

Si l'on choisit pour $a/\lambda_{||}$ la valeur minimale de déclenchement de l'équation (15) il en résulte :

$$\frac{\lambda_{\perp}}{\lambda_{||}} = \sqrt{\frac{3}{\beta}} We_{\lambda_{||}}^{-1/3} . \quad (18)$$

La longueur d'onde $\lambda_{||}$ dépend de l'épaisseur de vorticité δ d'après les observations expérimentales et l'analyse de stabilité, l'expression précédente s'écrit donc :

$$\frac{\lambda_{\perp}}{\delta} \simeq 2,44 \left(\frac{\rho_1}{\rho_2} \right)^{1/3} \beta^{-1/2} We_{\delta}^{-1/3} , \quad (19)$$

avec $We_{\delta} = \frac{\rho_2 u_2^2 \delta}{\sigma}$ le nombre de Weber utilisant l'épaisseur de vorticité. Cette expression de λ_{\perp} peut aussi s'exprimer en fonction des nombres adimensionnés $We = \frac{\rho_2 u_2^2 e}{\sigma}$ et $Re = \frac{e u_2}{\nu_2}$ créés avec les paramètres géométriques de l'expérience, en explicitant $\delta(u_2)$:

$$\frac{\lambda_{\perp}}{e} \simeq 14,2 \left(\frac{\rho_1}{\rho_2} \right)^{1/3} \beta^{-1/2} We^{-1/3} Re^{-1/3} . \quad (20)$$

La longueur d'onde transversale ne dépend donc que de la vitesse de gaz u_2 , et non de la vitesse liquide u_1 , selon :

$$\lambda_{\perp} \propto u_2^{-1} . \quad (21)$$

Condition de formation de ligaments

D'après le modèle pr  c  dent les ligaments ne se forment que lorsque le rapport de l'amplitude des oscillations primaires et de sa longueur d'onde est supérieur à une valeur seuil qui dépend de β (fonction du taux d'amplification critique d'une perturbation transversale b_s/b_0) et du nombre de Weber $We_{\lambda_{||}}$ (  q. 15). Pour déterminer quel est ce taux d'amplification critique, nous avons mesuré l'amplitude de saturation a_{max} des oscillations primaires directement sur des images instantanées, en mesurant l'écart maximal entre l'altitude de la crête et l'altitude du creux des oscillations, et noté si ces oscillations conduisaient à la formation de ligaments ou pas. Nous avons aussi mesuré à chaque fois la longueur d'onde des oscillations, ce qui permet de calculer $a_{max}/\lambda_{||} \times We_{\lambda_{||}}^{1/3}$ (Figure 30). On constate que cette quantité croît en moyenne avec la vitesse d'air et que les ligaments commencent à se former dès que la vitesse est supérieure à $u_2 = 21$ m/s, ce qui correspond à $a_{max}/\lambda_{||} \times We_{\lambda_{||}}^{1/3}$ supérieur à environ 0.5. Le facteur β est donc égal à 0,5, ce qui implique un taux d'amplification de $b_s/b_0 = 550$.

Pour $u_2 = 25$ m/s, $\lambda_{//} = 8,7$ mm d'après les équations (3) et (2) avec $d_2 = 0,4\delta$, et $We_{\lambda_{//}}$ vaut alors 93. Et avec un déclenchement pour $\beta = 0,5$ l'instabilité se développe et expulse des ligaments pour des amplitudes supérieures à 1 mm selon l'équation (15), ce qui est tout à fait raisonnable.

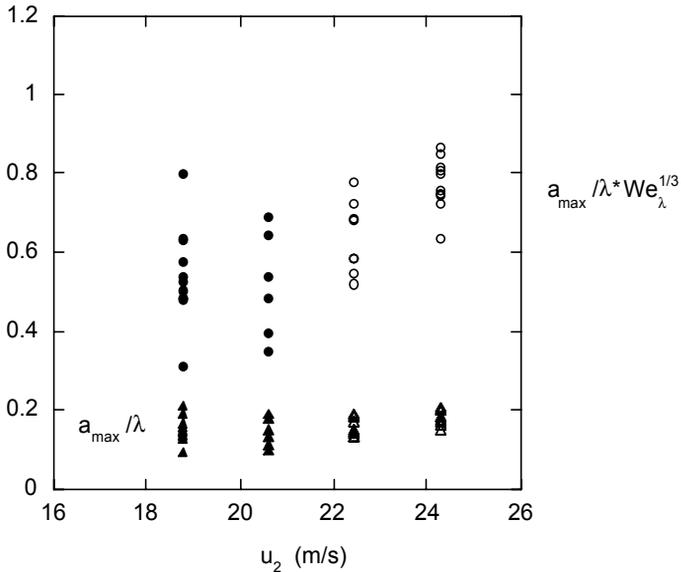


FIGURE 30 Amplitude maximale des oscillations et formation des ligaments en fonction de la vitesse d'air, $u_1 = 0,94$ m/s. Triangles : rapport $a_{max} / \lambda_{//}$, cercles : rapport $a_{max} / \lambda_{//} \times We_{\lambda_{//}}^{1/3}$. Symboles pleins : les ligaments ne se développent pas en moyenne, symboles vides : il y a des ligaments plus loin sur le jet.

Nombre et diamètre initial des ligaments étirés

Pour des longueurs d'onde transversales λ_{\perp} petites devant le périmètre du jet (pour de grandes vitesses de gaz), le nombre théorique de ligaments est $\pi D_1 / \lambda_{\perp}$, s'il sont régulièrement disposés, nombre proportionnel à u_2 : la droite théorique avec $\beta = 0,5$ est tracée Figure 31. Elle correspond correctement aux mesures faites à grande vitesse, tant en pente qu'en origine. Pour de faibles vitesses de gaz λ_{\perp} n'est plus petit devant le périmètre, il faudrait tenir compte de la courbure du jet dans l'analyse théorique. Une analyse plus quantitative n'est pas possible car on ne connaît pas exactement la fraction des ligaments cachés par le jet. Il faut tout de même remarquer que pour une vitesse d'air $u_2 = 25$ m/s, on trouve $\lambda_{\perp} = 4,7$ mm d'après Éq. (18). Ce qui fait environ 5 longueurs d'onde sur

un périmètre, comparable aux 3 ou 4 ligaments qui sont observés à cette vitesse.

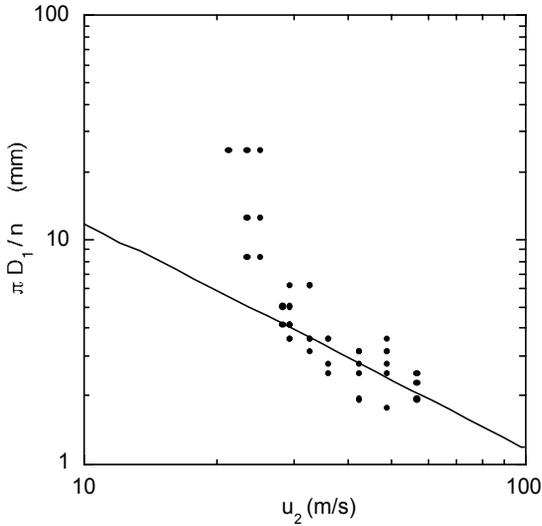


FIGURE 31 Largeur transversale des ligaments initiaux, d'après le nombre n de ligaments visibles. Droite : prédiction sur la longueur d'onde transversale $\lambda_{\perp}(u_2)$ pour $\beta = 0,5$.

Les ligaments sont ensuite fortement étirés par le courant d'air, et leur diamètre diminue aussi fortement d'après la figure 15 (proportionnellement à $u_2^{-2,5}$).

Volume emporté

La prédiction sur la longueur d'onde transversale permet d'avoir la taille caractéristique initiale des structures ligamentaires accélérées dans l'écoulement. Le ligament se formant sur la crête de l'oscillation primaire a un diamètre ξ qui est initialement de l'ordre λ_{\perp} (donné par Éq. (20)) et une amplitude a (donnée par Éq. (15), $a \simeq 0,2 \lambda_{\perp}$) : son volume V est donc de l'ordre de λ_{\perp}^3 et sa surface S est de l'ordre de λ_{\perp}^2 . Les estimations du volume des ligaments à partir du volume des gouttes issues du ligament par la brisure (Figure 17) montrent d'ailleurs une décroissance du volume compatible avec une loi en $\lambda_{\perp}^3 \propto u_2^{-3}$.

Vitesses des ligaments

Les forces qui s'appliquent sur la crête sont la force de traînée et la force de rétention capillaire $\sigma\pi\xi$. La relation fondamentale de la dynamique s'écrit :

$$\rho_1 V a_x = \frac{1}{2} \rho_2 u_2^2 C_D \xi^2 - \sigma\pi\xi, \tag{22}$$

où C_D est le coefficient de traînée, de l'ordre unité pour une sphère ou un cylindre. Le rapport de la force de traînée sur la force capillaire est $\rho_2 u_2^2 C_D \xi / 2\pi\sigma$. Initialement $\xi = \lambda_{\perp}$, le rapport des force est numériquement proche de 10 pour $u_2 = 25$ m/s, et est proportionnel à la vitesse d'après Éq. (15). Le terme de rétention capillaire s'avère donc négligeable à l'instant initial dans le bilan des forces. L'accélération a_x de la crête est donc constante et vaut $a_x = \rho_2 u_2^2 C_D \xi / (2\rho_1 \lambda_{\perp}) \propto u_2^3$, sachant que $\lambda_{\perp} \propto u_2^{-1}$. Les mesures donnent accès à la quantité dv_x/dx qui est reliée à l'accélération par $a_x = dv_x/dt = v_x dv_x/dx$. Initialement la vitesse de la crête est $v_x = u_1$, donc dv_x/dx ($x = 0$) = a_x / u_1 .

La pente à l'origine de la courbe $v_x(x)$ est tracée figure 32 pour deux vitesses liquides : elle montre une accélération compatible avec une dépendance en u_2 à la puissance 3, et inversement proportionnelle à u_1 .

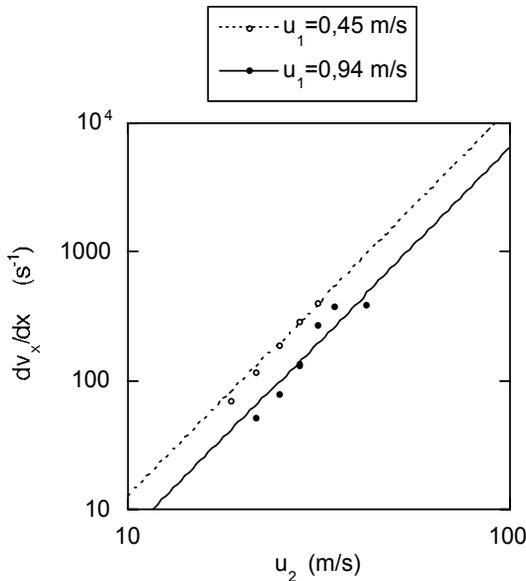


FIGURE 32 Accélération spatiale dv_x / dx en fonction de la vitesse u_2 déterminé à partir de la figure 10 pour deux vitesses liquides. Une régression avec une loi en u_2 est présentée (lignes). L'accélération avec $u_1 = 0,45$ m/s est 2,0 fois plus grande que celle avec $u_1 = 0,94$ m/s, alors que la vitesse est divisée par un rapport 2.1 : l'accélération spatiale est inversement proportionnelle à la vitesse liquide.

FRAGMENTATION DES LIGAMENTS

Étirement et instabilité capillaire

Les mesures de vitesse montrent que les ligaments sont étirés avec une accélération initiale relativement constante a_x . Le ligament est étiré sous la forme d'un cylindre de diamètre ξ qui va diminuant et de longueur l , la conservation du volume impose :

$$V_0 = \frac{\pi}{4} \lambda_{\perp}^2 a = \frac{\pi}{4} \xi^2 l. \tag{23}$$

Le rapport de la force de traînée sur la force capillaire, proportionnel à ξ , décroît donc au cours de l'étirement. Lorsqu'il est égal à 1, l'accélération a_x s'annule, le ligament atteint une position d'équilibre. Son diamètre est alors :

$$\xi_{eq} \simeq \frac{2\pi\sigma}{C_D \rho_2 u_2^2}. \tag{24}$$

Sa longueur est donnée par l'équation (23) :

$$l_{eq} \simeq 5 \times 10^{-3} \lambda_{\perp} \left(\frac{\rho_2 u_2^2 \lambda_{\perp}}{\sigma} \right)^2, \tag{25}$$

et elle est proportionnelle à u_2 .

Les mesures du diamètre du ligament à la rupture décrites plus haut montrait en effet une forte décroissance du diamètre du ligament compatible avec la prédiction du diamètre du ligament à l'équilibre Éq. (24), tracée sur la courbe des mesures de la figure 15.

Brisure du ligament

Le ligament est donc instable lorsqu'il atteint le diamètre d'équilibre et forme des varicosités amplifiées. L'analyse de stabilité linéaire de Rayleigh donne la longueur d'onde la plus amplifiée, $\lambda_{//} = 4,51\xi$, ce qui, par conservation du volume, donne un diamètre de goutte de $1,89\xi$. Mais ici l'étirement amoindrit le taux d'amplification et la sélection d'une longueur d'onde n'a pas lieu. La brisure du ligament n'est pas régulière, et la distance entre deux ruptures n'est pas homogène.

Considérant le ligament comme une ligne qui est coupée en m points de rupture répartis de façon aléatoire et indépendante, ce qui donne $m + 1$ segments (figure 33), nous allons évaluer la densité de probabilité d'avoir un segment de taille X sur un ligament de taille unité. Le segment de taille X est l'un des $m + 1$ segments : la probabilité d'avoir un segment de taille X à dX près est la probabilité d'avoir ce segment en position 1,2,3, ... OU $m + 1$. Les événements séparés par les OU étant exclusifs, la probabilité d'avoir leur union est :

$$p(X)dX = dp_1 + dp_2 + \dots + dp_{m+1} , \tag{26}$$

La probabilité d'avoir un segment de taille X à dX près sur le bord du ligament en position 1 ou en position $m + 1$ est :

$$dp_1 = dp_{m+1} = dX (1 - X)^{m-1} , \tag{27}$$

car c'est la probabilité que la rupture la plus proche du bord ait lieu dans une zone située à une distance X de largeur dX (probabilité dX) ET que les $m - 1$ autres ruptures ait lieu en dehors du segment considéré (probabilité $(1 - X)^{m-1}$). Le ET en majuscule sépare des événements indépendants donc la probabilité d'avoir leur intersection est le produit des probabilités de ces événements.

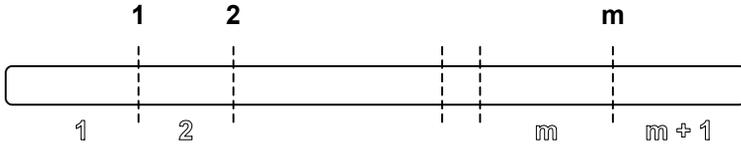


FIGURE 33 Brisure aléatoire d'un ligament en m points de rupture (numéros pleins), qui séparent $m + 1$ segments (numéros vides).

La probabilité d'avoir un segment de taille X à dX près en position 2, 3, OU ... m est :

$$dp_2 = \dots = dp_m = dX (1 - X) (1 - X)^{m-2} , \tag{28}$$

valable pour $m \geq 2$: c'est la probabilité que la rupture qui délimite la gauche du segment ait lieu à au moins une distance X du bord droit du ligament (probabilité $1 - X$), car sinon on ne peut placer le segment, ET qu'une deuxième rupture, délimitant le bord droit du segment, ait lieu dans une zone située à une distance X de largeur dX (probabilité dX) ET que les $m - 2$ autres ruptures ait lieu en dehors du segment considéré (probabilité $(1 - X)^{m-2}$). Tout comme pour les positions 1 et $m + 1$, les événements séparés par les conjonctions ET sont indépendants.

La densité de probabilité d'avoir un segment de taille X indépendamment de sa position est finalement, d'après Éq. 26 :

$$p(X) = m (1 - X)^{m-1} , \tag{29}$$

expression vraie *a priori* pour $m \geq 2$, mais qui est aussi vraie pour $m = 1$. Nous retrouvons là un résultat montré par Longuet-Higgins (1992) à l'aide d'une démonstration plus complexe, faisant intervenir une discrétisation du ligament. Cette équation donne la distribution de $X = v/V_0$, volume des gouttes adimensionnés par le volume du

ligament. La distribution p_d des diamètres adimensionnés par le diamètre que donnerait un ligament non brisé est donnée par :

$$d/d_0 = (v/V_0)^{1/3}, \tag{30}$$

$$p_d(d/d_0) = 3 (d/d_0)^2 p((d/d_0)^3), \tag{31}$$

avec d_0 le diamètre qu'aurait la goutte s'il n'y avait pas brisure. Les distributions sont des courbes en cloche (Figure 34), dissymétriques pour les petites valeurs de m , puis qui prennent une forme sensiblement symétrique, et le maximum de la distribution a lieu pour :

$$d/d_0 = \left(\frac{2}{3m - 1} \right)^{1/3}, \tag{32}$$

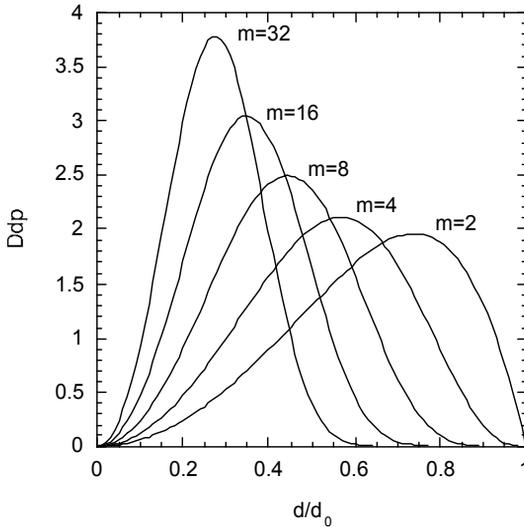


FIGURE 34 Densités théoriques de probabilité des diamètres de gouttes issue de la brisure aléatoire d'un ligament. m est le nombre de brisures.

Les mesures effectuées montrent des densités de probabilité d'allure symétrique, dont la moyenne est du même ordre, de 0,40 à 0,43 (Figure 35). Le nombre moyen de gouttes issues d'un ligament est expérimentalement compris entre 8,0 et 11,3. Dans le cadre d'une théorie de brisure aléatoire, il faut un nombre de 10 à 12 gouttes (9 à 11 brisures) pour retrouver les mêmes moyennes, d'après Éq. (32) (où l'on suppose moyenne et maximum de la densité théorique confondus).

Le nombre de brisures observées est donc compatible avec la forme et la moyenne des distributions, ce qui soutient la thèse d'une brisure aléatoire du ligament. Le nombre de brisures ne semble pas dépendre de la vitesse gaz, dans l'étendue encore limitée de nos mesures, il reste à expliquer pourquoi il est sensiblement constant.

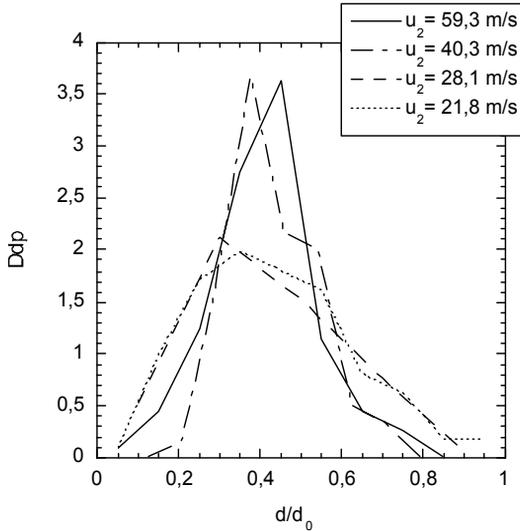


FIGURE 35 Densité de probabilité des diamètres de gouttes issues de la brisure d'un ligament ($u_1 = 0,445$ m/s). Les diamètres sont rapportés au diamètre d_0 qu'aurait la goutte s'il n'y avait pas brisure.

TAILLE DES GOUTTES DANS L'AÉROSOL

Si l'on suppose que toutes les gouttes présentes dans l'aérosol proviennent de la brisure de ligaments de même taille, on s'attend à observer un spray de gouttes dont la taille est en moyenne $d_{10}/d_0 \sim 0,41$ (correspondant à un nombre moyen de brisure de 10). Le diamètre maximal d_0 est fonction du volume emporté dans un ligament ($V_0 = \pi d_0^3/6$). Or ce volume est de l'ordre de $V_0 \sim a\lambda_{\perp}^2 \sim 0,2 \lambda_{\perp}^3$, ce qui donne le diamètre d_0 :

$$d_0 = \left(\frac{3\pi}{2} \beta \sqrt{\frac{\beta}{3}} \right)^{1/3} \lambda_{\perp} \simeq 0,73 \lambda_{\perp} . \quad (33)$$

Donc le diamètre moyen attendu est, rapporté à la longueur d'onde transversale : $d_{10}/\lambda_{\perp} \sim 0,73 \times d_{10}/d_0 \sim 0,73 \times 0,41 \sim 0,3$, d'après Éq. (33).

Le diamètre moyen des gouttes de l'aérosol situées dans le champ proche de la zone de brisure primaire, mesuré par traitement d'image

avec deux vitesses d'eau différentes, est inversement proportionnel à la vitesse de gaz (figure 26) et ne semble pas dépendre beaucoup de la vitesse liquide. Nous retrouvons là les deux résultats concernant la longueur d'onde des instabilités transverses. Le rapport entre le diamètre moyen mesuré et la prédiction théorique de longueur d'onde transversale est $d_{10}/\lambda_{\perp} \simeq 0,1$, (avec un facteur de déclenchement de l'instabilité $\beta = 0,5$), ce qui est représenté figure 36. Les estimations de tailles de gouttes d'après l'analyse de la brisure des ligaments surestiment donc les mesures d'un facteur 3, mais donnent une dépendance correcte de la taille en fonction de la vitesse liquide u_1 et la vitesse gaz u_2 .

Par contre, les densités de probabilité mesurées dans l'aérosol (voir figures 24 et 25) présentent une aile, d'allure exponentielle, qui décroît moins vite pour les grandes tailles que la densité de probabilité des gouttes issues de la brisure d'un ligament. L'explication de cette différence de distribution aux grandes tailles tient sans doute dans la variabilité du volume du ligament emporté, donc de d_0 et qui est claire dans la dispersion des mesures de volume de la figure 17.

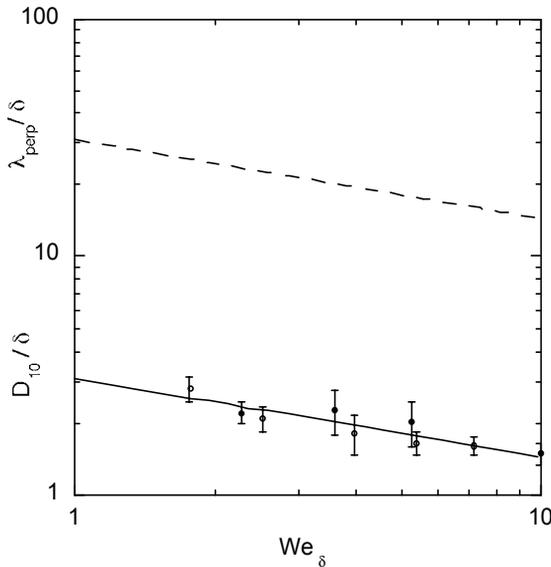


FIGURE 36 Diamètre moyen des gouttes adimensionné par l'épaisseur de vortacité en fonction en fonction du nombre de Weber We_{δ} . Cercles vides : $u_1 = 0,45$ m/s, cercles pleins : $u_1 = 0,94$ m/s, ligne pleine : régression en $We_{\delta}^{-1/3}$, ligne en pointillés : longueur d'onde transversale λ_{\perp} théorique avec $\beta = 0,5$. Le rapport d_{10}/λ_{\perp} vaut environ 1/10.

CONCLUSIONS

Il ressort de cette étude les conclusions suivantes :

- l'instabilité de cisaillement est bien décrite par une analyse de stabilité réalisée dans le cas plan si l'on pose que l'épaisseur du profil de vorticité est $d_2 = 0,4\delta$,
- une instabilité secondaire transversale se développe sur les oscillations de surface cr ees par la première instabilité, qui accélèrent la surface et produisent une situation instable au sens de Rayleigh Taylor. Sa longueur d'onde λ_{\perp} est inversement proportionnelle à la vitesse du gaz et ne dépend pas de la vitesse liquide.
- les ligaments issus de l'instabilité transversale sont accélérés par rapport aux oscillations, jusqu'à ce que leur diamètre soit inversement proportionnel au carré de la vitesse gaz. Puis ils donnent naissance, par une brisure non régulière, à une distribution de gouttes, dont la moyenne est elle proportionnelle à la taille initiale du ligament λ_{\perp} . Cette distribution est bien décrite par une brisure aléatoire en un nombre, relativement constant lorsque la vitesse du gaz varie, d'une dizaine de gouttes.
- les gouttes se détachent tangentiellement à la surface puis sont entraînées à l'extérieur par la couche de mélange.
- le traitement d'images de gouttes issues de l'atomisation primaire montre que le diamètre moyen des gouttes est lui aussi inversement proportionnel à la vitesse d'air, et ne dépend pas de la vitesse liquide. Le diamètre moyen est de l'ordre de $0,1\lambda_{\perp}$, alors qu'une estimation du diamètre moyen à partir de la brisure des ligaments surestime d'un facteur trois les observations, mais donne bien une dépendance en λ_{\perp} . Si l'on exprime cette longueur en fonction des nombres adimensionnés $We = \rho_2 u_2^2 e / \sigma$ et $Re = e u_2 / \nu_2$, le diamètre moyen varie donc selon :

$$\frac{d_{10}}{e} \simeq 2,0 \left(\frac{\rho_1}{\rho_2} \right)^{1/3} We^{-1/3} Re^{-1/3} . \quad (33)$$

Remerciements

Ce travail a pu être réalisé grâce au contrat de la Société Européenne de Propulsion numéro 910023, dans le cadre du GdR « Combustion dans les moteurs de fusées ».

Références

- CHANDRASEKHAR, S. (1961) *Hydrodynamic and hydromagnetic stability*, Dover Pub. Inc., New York.
- BONGIOVANNI, C. (1996) *Traitement d'image appliqué à la mesure de la taille, de la vitesse et de la déformation des bulles*, Thèse de l'Institut National Polytechnique de Toulouse.
- COHEN, R. D. (1990) Steady-state Cluster Size Distribution in Stirred Suspensions, *J. Chem. Soc. Faraday Transactions*, **86**, 12, p. 2133-2138.

ATOMISATION PRIMAIRE

- FARAGÓ, Z. and CHIGIER, N. (1992) Morphological classification of disintegration of round liquid jets in a coaxial air stream, *Atomization and Sprays*, **2**, p. 137-153.
- GASTER, M. (1962) A note on the relation between temporally-increasing and spatially-increasing disturbances in hydrodynamic stability, *J. Fluid Mechanics*, **14**, p. 222-224.
- LASHERAS J.C., VILLERMAUX, E. and HOPFINGER E.J. (1998) Break-up and atomisation of a round water jet by a high-speed annular air jet, *J. Fluid Mechanics*, **357**, p. 351-379.
- LASHERAS J.C. and HOPFINGER E.J. (2000) Liquid Jet Instability and Atomization in a Coaxial Gas Stream, *Annual Review of Fluid Mechanics*, **32**, p. 275-308.
- LEWIS, D. J. (1950) The instability of liquid surfaces when accelerated in a direction perpendicular to their planes. II. *Proc. Roy. Soc. A*, **202**, p. 81-96.
- LEGRAND, M. (1991) Instabilité d'Interface Dans une Implosion Cylindrique CHOCS, *Revue scientifique et technique de la Direction des applications militaires*, **2**, p. 27-39.
- LONGUET-HIGGINS, M.S. (1992) The crushing of air cavities in a liquid, *Proceedings of the Royal Society of London A*, **439**, p. 611-626.
- RAYLEIGH, Lord (1883) Investigation of the character of the equilibrium of an incompressible heavy fluid of variable density. *Proc. Roy. Soc.*, **XIV**, p. 170-177.
- RAYNAL, L. (1997) *Instabilité et entraînement à l'interface d'une couche de mélange liquide-gaz*, Thèse, Université Joseph Fourier - Grenoble I.
- TAYLOR, G. I. (1950) The instability of liquid surfaces when accelerated in a direction perpendicular to their planes, I, *Proceedings of the Royal Society A*, vol. CCI, p. 192-196.
- VILLERMAUX, E. (1998) Mixing and Spray Formation in Coaxial Jets, *Journal of Propulsion and Power*, **14**, **5**, p. 807-817.